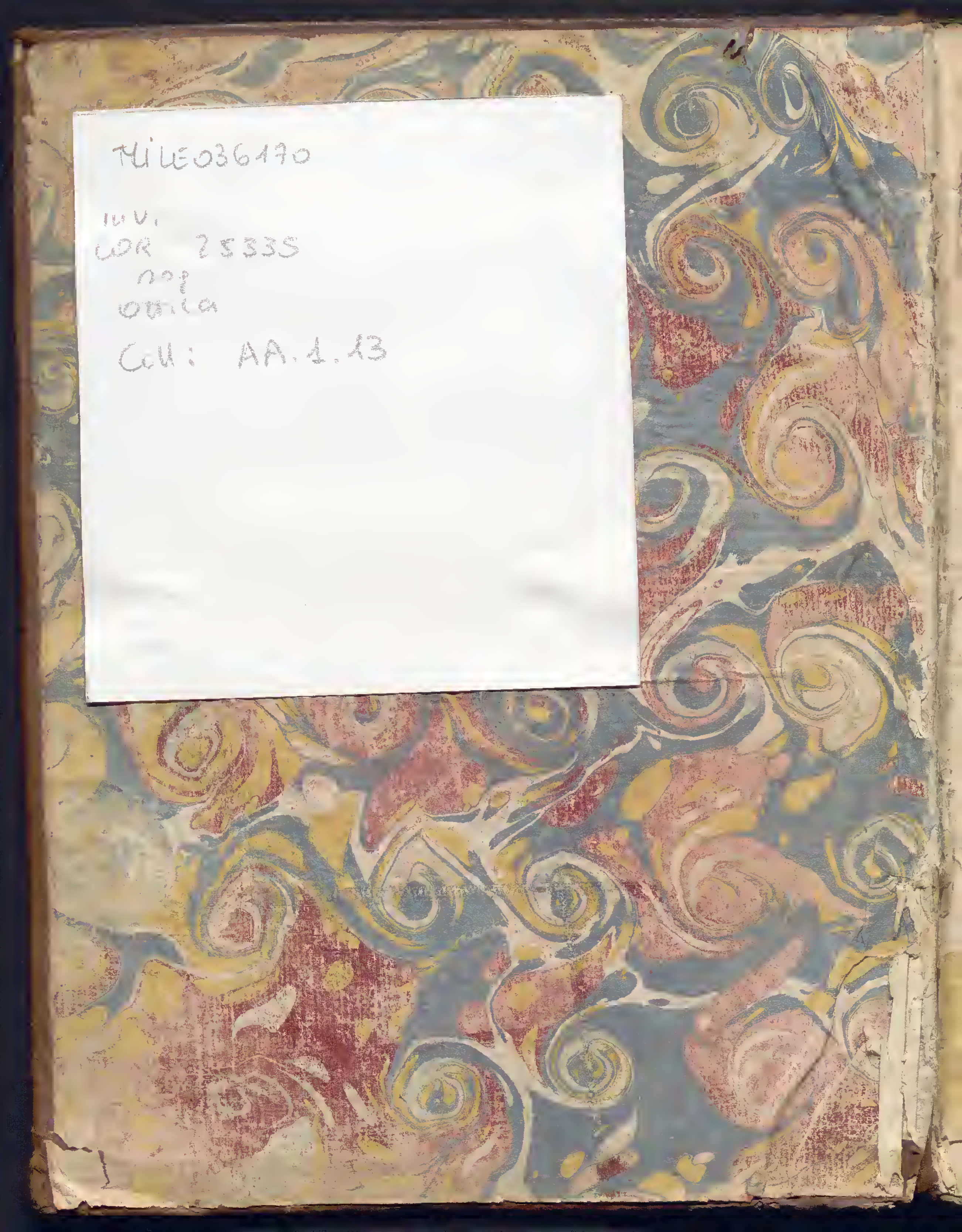
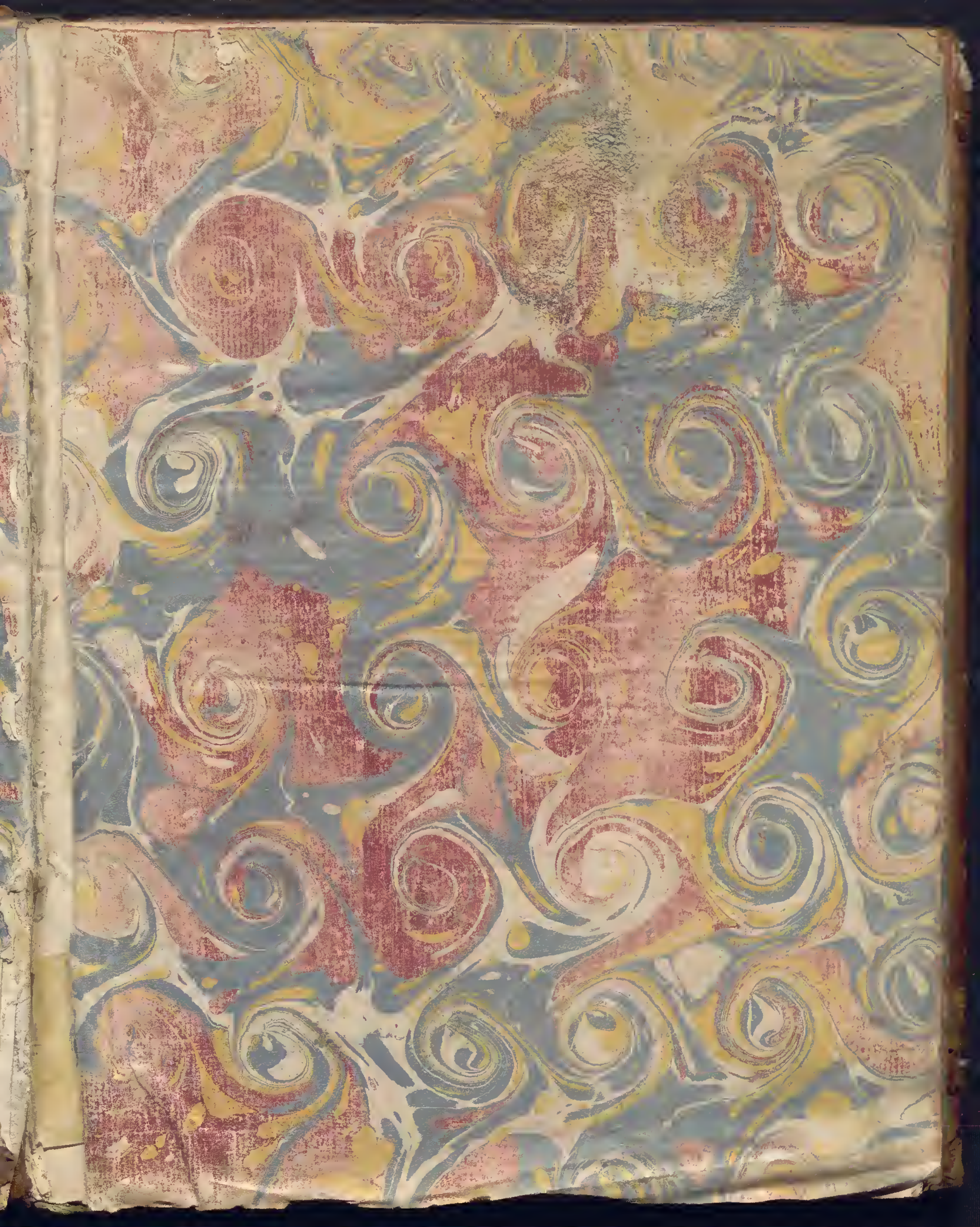



TMILE036170
inv.
LOR 25335
Coll: AA.1.13




Rengoni

TRAITÉ D'OPTIQUE,

Où l'on donne la Théorie de la Lumiere dans le ſyſtème Newtonien, avec de nouvelles ſolutions des principaux Problêmes de Dioptrique & de Catoptrique. Par Mr le Marquis de Courtivron

Largus item liquidi fons luminis ætherius ſol
Irrigat aſſiduè Cœlum candore recenti.
Suppeditat que novo confeſtim Lumine lumen.
Lucrece. *Liv.* V. ℣ 282.

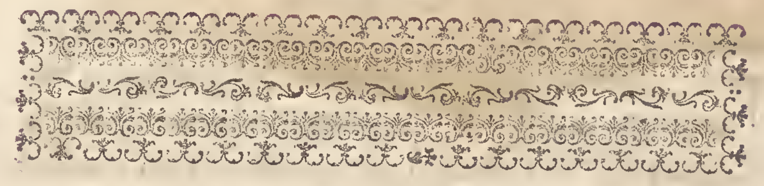


A PARIS;

Chez { DURAND, Rue S. Jacques, à S. Landry & au Griffon.
PISSOT, Quai des Auguſtins, à la Sageſſe.

M. DCC. LII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.



PREFACE.

RENDRE compte de l'Ouvrage que je donne, expoſer les différentes raiſons qui m'ont engagé à l'entreprendre, & préſenter un plan de l'ordre & de la Méthode que j'ai préféré, ſont les différents objets que je me propoſe dans ce court Avertiſſement.

Entre les divers Traités d'Optique qui ont paru juſqu'à préſent, celui de Mr. Smith eſt ſans doute le ſeul qui puiſſe prétendre au mérite de paſſer pour complet; mais outre qu'il eſt écrit dans une Langue étrangere, il a peut-être le déſagrément pour les Géométres d'être long en démonſtrations, & de paroître outré par les détails; aujourd'hui les Lecteurs de ce genre d'ouvrage ſont ſi fort inſtruits dans les Sciences préliminaires à l'Optique, qu'il eſt ſuffiſant de leur ouvrir la voye pour qu'ils ſoient en état d'y marcher par eux-mêmes; j'ai donc cru devoir ſimple-

ment exposer à cette ſorte de Lecteurs les principales propoſitions ſur leſquelles roulent cette Science, en prenant la route analitique pour la ſolution des queſtions qu'il a été à propos de réſoudre, c'eſt auſſi ce que j'ai fait dans l'une des parties de ce Livre, où l'on trouve en peu d'eſpace tout ce que demandent les deux branches fondamentales de l'Optique, je veux dire la Dioptrique & la Catoptrique, que je crois y avoir traitées d'une maniere preſque entierement nouvelle. J'expoſe d'abord dans la premiere Partie la Théorie de la Lumiere que Mr. Newton a donné ſuivant ſon uſage ſi fort en abrégé, qu'il a paru vouloir laiſſer encore quelque mérite à ceux qui pourroient & l'éclaircir & l'étendre; je penſe être le ſeul Auteur qui l'ait traitée dans des limites ſuffiſamment étendues: Mr. Clairaut par un Mémoire imprimé en 1739 dans le Volume de l'Académie, a le premier commenté les recherches de Mr. Newton ſur la trajectoire du rayon de Lumiere, en y ſubſtituant la méthode analytique avec l'élégance & la clarté qui lui eſt propre; j'entre dans un détail particulier ſur les hy-

potheſes ſingulieres des forces qui peuvent convenir en ce cas, & l'examen que j'ai fait des diverſités de réfrangibilités, m'a paru mériter d'être donné. A la fin de la ſeconde Partie on trouvera une expoſition complette de la Théorie de l'Arc-en-Ciel, où j'ai démontré tout ce que le Chevalier Newton avoit ſuppoſé dans ſon Optique.

Pour ce qui eſt de la troiſiéme Partie, ſans entrer dans le détail ſur ce qui eſt Méthaphiſique, j'ai voulu y renfermer tout l'eſſentiel à la maniere d'appercevoir & de diſtinguer les objets, & j'avois déja traité de la ſtructure de l'œil, quand en examinant avec attention ce que Mr. Smith en a écrit, j'ai crû ne pouvoir mieux faire que de le traduire; ainſi l'on trouvera dans cette Partie deux Chapitres du premier Livre de l'Optique de cet Auteur & un du Second; j'ai fait de même uſage pour la premiere Partie de mon Ouvrage, de ce qu'il a écrit ſur la réfléxion de la Lumiere; il m'a ſemblé que ce qu'il en diſoit n'étoit guere qu'un extrait de ce que Mr. Newton avoit donné lui-même, & cela s'eſt trouvé renfermé dans l'étendue con-

venable au but que je m'étois proposé : l'usage que j'ai fait du Livre de Mr. Smith, ne m'a pas empêché d'examiner de mon côté & de comparer les matieres qu'il a traitées ; telle est par exemple la mesure qu'il a donné du rapport de la Lumiere Lunaire à la Solaire. On trouvera dans un paragraphe assez étendu, l'exposition de la méthode de Mr. Bouguer pour la mesure des mêmes Lumieres, & l'on y verra les raisons qui doivent faire préférer le calcul de cet Académicien, dont la méthode absolument directe a des avantages qu'on trouvera expliqués à l'endroit que l'on vient de citer. Cette troisiéme Partie est terminée par la solution d'un Problême sur la quantité de Lumiere réfléchie par un miroir circulaire & plan à une distance quelconque; il ne paroîtra point déplacé dans un Livre d'Optique ; feu Mr. Kramer me proposa ce Problême à l'occasion de l'ingénieux miroir que Mr. de Buffon avoit fait construire, & j'en ai donné la solution dans le Volume de l'Académie de 1747. Je ne m'étendrai pas plus sur l'Ouvrage dont je rends comp-

te ; je déſire que ceux à l'uſage deſquels il peut être, y trouvent des choſes utiles & ſous la forme qui leur convient.



ERRATA

A La planche de la page 6 il manque les lettres X & Y, qui doivent désigner les différens milieux.

A la planche de la page 7 il manque la lettre X, qui doit désigner le milieu le plus rare.

Au titre du Chapitre second page 14, tirée; *lisez*, tirées.

Ligne avant derniere de la page 16; *lisez* $\frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$ à

au lieu de $\frac{dx}{\sqrt{dn^2 + dy^2}}$.

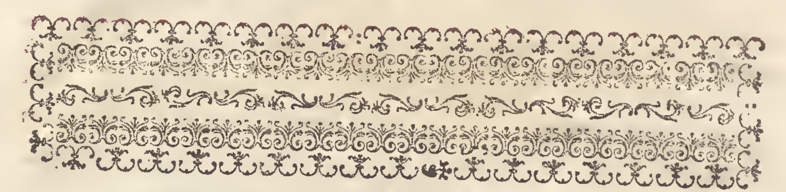
Le numero de la page 56 a été oublié

Page 90 ligne premiere, Gapitre; *lisez*, Chapitre.

Le numero de la page 119 manque.

Page 174 ligne 24, dont nous venons de porter; *lisez*, dont nous venons de parler.

TRAITE



TRAITÉ D'OPTIQUE,

Où l'on donne la Théorie de la Lumiere dans le ſiſteme Newtonien, avec de nouvelles ſolutions des principaux Problêmes de Dioptrique & de Catoptrique.

PREMIERE PARTIE.

THÉORIE DE LA LUMIERE.

CHAPITRE PREMIER.

Cauſes de la refléxion de la Lumiere ſuivant Mr. Newton.

I.



A Refléxion d'une balle jettée contre une muraille & le détour que prend dans l'eau celle que l'on y jette obliquement, portent d'abord à penſer que la réfraction & la refléxion de la Lumiere, ſont des Phénomenes de

même nature. Quoi de plus satisfaisant en effet que d'employer en Physique le plus petit nombre de principes ; mais cette simplicité si attrayante d'abord nous jette bien-tôt dans des difficultés sans nombre, lorsque nous comparons dans tous les détails les circonstances qui accompagnent la refléxion & la réfraction de la Lumiere avec celle des corps solides, & l'on se trouve forcé d'avoir recours à d'autres forces dans la nature que celle de l'impulsion & du ressort: Il est vrai qu'une infinité de Phénomenes indiquent l'existence de ces forces; on ne sent pas la répugnance qu'on auroit eu à emprunter leurs secours si elles n'étoient propres qu'à lever les difficultés qui se présentent dans la Théorie de la Lumiere. L'attraction, ce grand principe de la nature, démontré par tous les mouvemens célestes & les principaux Phénomenes du sistème du Monde, tels que le flux & reflux de la Mer, &c. se trouve être encore le principal agent dans une infinité d'autres Phénomenes qui sont plus à notre portée, comme la rondeur des gouttes d'eau, l'assension & la dessension des liqueurs dans les tuyaux cappillaires, les dissolutions chymiques, &c. Il étoit donc bien simple qu'après les vains efforts qu'on avoit fait pour surmonter dans le sistème des Carthésiens, les difficultés que l'on éprouvoit en se contentant d'employer la seule décomposition du mouvement pour expliquer les Phénomenes de la Lumiere, on examinât si ces Phénomenes n'étoient pas encore dûs à la même force d'attraction.

I I.

Newton a donc ſuppoſé qu'un globule de la Lumiere venant du Soleil avec une rapidité immenſe, pouvoit très-bien, lorſqu'il étoit à une diſtance preſque infiniment petite d'un morceau de verre, d'une maſſe d'eau, enfin de quelqu'autre corps que ce ſoit, éprouver une force aſſez grande pour être détourné de ſon chemin; il a cherché l'eſpece de trajectoire qu'il devoit décrire par cette déviation que cauſe l'attraction du corps réfringeant, & il l'a trouvé telle qu'il devoit réſulter en effet que le ſinus d'incidence étoit au ſinus de réfraction en raiſon conſtante, quelque ſoit la nature de cette force, quelque ſoit la nature du milieu; & ſoit que le rayon paſſe d'un milieu plus rare dans un plus denſe, ou d'un plus denſe dans un plus rare. Quoi donc de plus juſte & de plus naturel que d'avoir recours à une force ſi bien indiquée pour tant d'autres Phénomenes, lorſqu'elle donne du premier coup le dénouement d'une difficulté qu'il n'eſt preſque pas poſſible d'expliquer dans les autres ſiſtèmes.

I I I.

Ce n'eſt pas tout encore, outre que cette conſtance du rapport des ſinus d'incidence & de réfraction n'a pas été expliquée juſqu'à cette heure parfaitement dans le ſiſtème Carthéſien, en employant les vrais principes de la Dynamique, les reſſources de ce ſiſtème paroiſſent aux yeux de tous les Mathématiciens, s'éva-

nouir entierement lorſqu'il eſt queſtion d'expliquer la réfraction d'un rayon de Lumiere qui paſſe d'un milieu plus denſe dans un moins denſe. Quoique cette difficulté ſoit déja bien connue, je la rappellerai ici afin qu'on voye mieux l'avantage de l'explication Newtonienne qui en eſt exempte, & que j'expliquerai enſuite tout au long.

I V.

Pour expliquer, par exemple, comment une balle de mouſquet tirée obliquement dans l'eau au lieu de ſuivre ſon chemin en ligne droite, s'écarte de la perpendiculaire; on commence par remarquer que la partie perpendiculaire du mouvement qui reſtera à la balle après avoir paſſé dans l'eau, ſera plus petite qu'elle n'étoit auparavant: or la partie du mouvement qui eſt parallele à la ſurface de l'eau n'étant point altérée, on voit que la nouvelle diagonale de ces deux forces doit s'écarter de la perpendiculaire. Lorſque l'on veut donc paſſer de cette conſidération du mouvement des corps ſolides lancés dans les fluides, à la Théorie de la Lumiere, on peut à la rigueur expliquer comment un rayon qui paſſe de l'eau dans l'air, doit s'écarter de la perpendiculaire, encore faudra-t-il croire pour cela que le mouvement de la Lumiere, ſoit plus libre & plus facile dans l'eau que dans l'air, ce qui eſt aſſez dur à recevoir.

V.

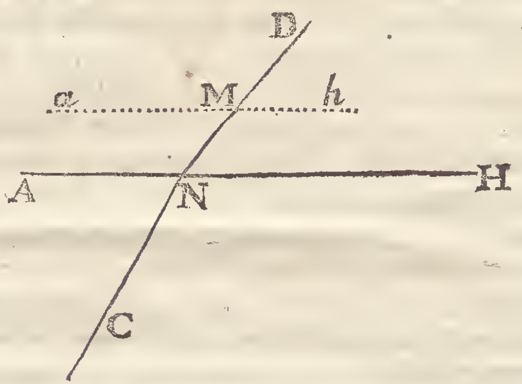
Mais s'il faut expliquer le cas où le rayon s'approche de la perpendiculaire, comme en paſſant de l'air

dans le verre, dans l'eau, &c. & en général d'un milieu plus rare dans un plus denſe, il faudra pour ſuivre cette explication, dire que la partie du mouvement perpendiculaire eſt augmentée dans le paſſage de l'air dans l'eau, pendant que le mouvement horiſontal reſte le même; or comment expliquer cette augmentation de viteſſe perpendiculaire par une force paſſive comme la réſiſtance du milieu; qu'on accorde ſi l'on veut aux Carthéſiens que la Lumiere trouve moins de réſiſtance dans l'eau que dans l'air, ſon mouvement n'en ſera pas pour cela augmenté, il ſera moins diminué qu'il ne ſeroit en continuant de ſe mouvoir dans l'air; mais une moindre diminution ne peut pas être priſe pour une augmentation, donc on ne voit point alors que le rayon doive s'approcher de la perpendiculaire.

V I.

Examinons maintenant ces deux cas dans le ſiſtème de l'attraction, en développant l'idée de Newton dont nous venons de parler, ſoit AH la ſurface qui ſépare les deux milieux X & Y dont le premier eſt moins denſe que le ſecond, tant que le globule de Lumiere venant du côté D ſera aſſez éloigné de la ſurface AH pour que l'attraction du milieu Y ne ſe faſſe pas ſentir, l'attraction du milieu X égale en tout ſens, n'agira point ſur le globule de Lumiere; mais lorſqu'une fois il ſera arrivé en un point M où l'on ſuppoſe que l'attraction de *y* eſt déja ſenſible, on n'aura alors qu'à mener le plan AH & à même diſtance en deſſus de M, que AH l'eſt en deſſous, en ce cas la force de

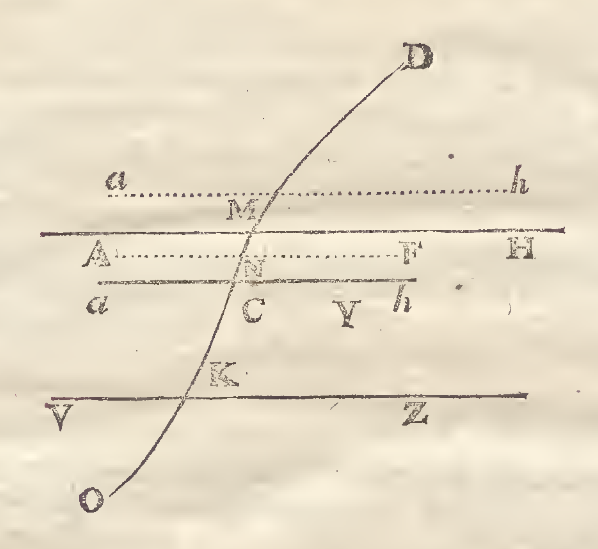
M vers AH ſera l'attraction du milieu Y à la diſtance MP, moins l'attraction du milieu X à la même diſtan-



ce, c'eſt-à-dire qu'elle ſera la même que celle d'un milieu YX, en ſuppoſant que la loi d'attraction ſoit la même dans un milieu que dans l'autre, & qu'elles ne different que par les intenſités ; cela poſé on voit bien que le globule M en vertu de ſa viteſſe de projection & de la force du milieu XY qui le pouſſe vers AH, & qui augmente à meſure que ce globule s'approche de la ſurface AH, doit décrire une courbe concave vers AH, & qu'il rencontrera cette ſurface plutôt qu'il n'auroit fait ſans l'attraction du milieu X.

Lorſqu'il aura pénétré enſuite dans le milieu & qu'il ſera par exemple en N, on verra que la force qui tend à courber ſon mouvement diminuera, puiſque s'il eſt attiré vers Y par la quantité de matiere qui eſt au-deſſous de N, il l'eſt vers AH par la lame de matiere renfermée entre AH & la parallelele à ce plan menée par N, ſans compter la matiere du premier milieu

X ; donc l'attraction doit être sensible à une petite distance MN. Pour avoir donc la force totale de N



vers Y, il faudra mener le plan *a h* parallele à AH, & alors la force agissante sur ce globule, ne sera plus que comme la force d'un milieu XY à la distance de N à la surface AH ; & plus le globule s'enfoncera dans le milieu Y, plus cette force diminuera, & par conséquent plus la courbure de la trajectoire décrite par le rayon diminuera, en sorte que quand le globule sera arrivé à une distance de AH, telle que l'attraction n'est plus sensible, il continuera à se mouvoir en ligne droite dans ce milieu avec une vitesse constante, mais plus grande que celle qu'il avoit dans le premier milieu, à cause des accélérations produites par la force attractive.

VII.

Examinons maintenant le cas opposé, celui où le rayon vient du milieu le plus dense Y, pour passer dans le milieu le plus rare X. Supposons par exemple que le globule qui se mouvoit dans le cas précédent de C vers K, rebrousse de K vers C avec la même vitesse; & suivant la même ligne droite, ce qui est absolument le même cas, que si l'on considéroit ce globule comme arrivant à une surface VZ parallele à AH, & repassant dans un milieu X de même nature que le premier; il n'est pas douteux que le globule rebroussant éprouvera vers Y, soit en N, soit en M, les mêmes forces vers Y que celles qu'il avoit éprouvé en venant de N, & qu'il décrira exactement le même chemin NMD & avec les mêmes degrés de vitesse qu'il avoit en venant de D: on voit donc clairement que la réfraction doit se faire en approchant de la perpendiculaire, tant que le rayon passe du milieu rare ou moins attirant dans le milieu plus dense ou plus attirant, & au contraire qu'elle doit se faire en s'écartant de la perpendiculaire, lorsque le rayon passe du milieu le plus dense dans celui qui l'est le moins; avantage considérable de l'explication Newtonienne sur la Carthésienne.

VIII.

Mais ce n'est pas la seule qu'on refléchisse un peu à la cause fondamentale de la réfraction dans le sistême de Descartes, c'est-à-dire, à la résistance du milieu ré-

fringeant

réfringeant, on trouve que la viteſſe doit toûjours diminuer; or un rayon après avoir ſouffert une 1re. réfraction n'ayant plus la même viteſſe qu'auparavant, doit, s'il rencontre une nouvelle occaſion de ſe réfracter, avoir un mouvement très-différent de ce qu'il avoit à ſa premiere réfraction, & ne ſuivre par conſéquent pas les mêmes loix, c'eſt cependant ce qui n'arrive point à la lumiere, qui après autant de réfraction que vous pourrés en imaginer, ſe rompra toûjours de la même maniere ſi vous lui préſentez la ſurface réfringeante ſous le même angle.

IX.

Une autre conſidération qui donne encore bien de de l'avantage à l'explication Newtonienne, c'eſt la facilité d'accorder la Théorie de la réfraction avec la tranſparence, car on regarde les milieux traverſés par la lumiere, comme remplis de pores infiniment larges par rapport aux globules de Lumiere, & par ce moyen les globules ne ſouffrent aucune réſiſtance, & n'éprouve d'autre force que celle de l'attraction jointe de toutes les particules du milieu; il n'eſt point néceſſaire non plus de ſuppoſer aucune figure particuliere aux particules du milieu, ni à celles de la lumiere, pourvû que l'amas des particules du milieu qu'on ſuppoſe néceſſaire pour produire l'attraction de ce milieu ſur les corpuſcules de Lumiere faſſe un corps aſſez régulier pour produire la même attraction à la même diſtance, ainſi qu'on pourroit regarder deux portions égales de la terre, & ſenſiblement homogenes en total, quoique fort variées dans leur parties, comme

exerçant la même attraction ſur une pierre poſée de la même maniere par rapport à ces deux maſſes.

X.

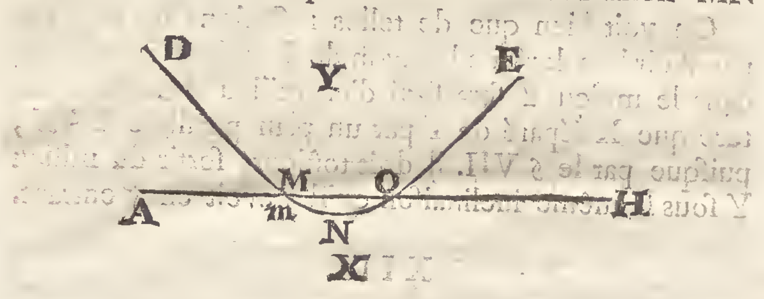
Quant à la figure & à la maſſe des corpuſcules de Lumiere on voit que quelles qu'elles ſoient, les loix de la réfraction doivent être les mêmes, ainſi que la figure d'une pierre qui tombe ne fait rien à la courbe qu'elle décrit vers la terre, ou au moins à celle que décrit ſon centre de gravité : on voit au contraire que dans le ſiſtème Carthéſien la figure ſera abſolument eſſentielle, & que les loix ſeroient différentes pour chaque ſituation, ſuivant leſquelles les corps arriveroient à la ſurface réfringeante ſans compter que les loix de la refléxion demanderoient néceſſairement que ces corpuſcules fuſſent ſphériques & toûjours deſtitués du mouvement de rotation, puiſqu'il n'y a que de tels corps qui puiſſent ſe refléchir avec un angle égal à celui de l'incidence ; or c'eſt néceſſairement un avantage pour un ſiſtème, que de n'avoir à faire en l'admettant que le moins de ſuppoſitions qu'il eſt poſſible ſur la nature de ces particules qu'on ne ſçauroit obſerver.

XI.

Voyons maintenant comment on tire de l'explication précédente de la réfraction, un des Phénomenes des plus ſinguliers qu'offre cette recherche ; le changement de réfraction en refléxion dans certaines inclinaiſons, lorſque le rayon de Lumiere paſſe d'un mi-

lieu plus denſe dans un milieu plus rare.

Soit DM un rayon qui vient de traverſer le milieu le plus denſe Y & qui entre ſous l'inclinaiſon MN



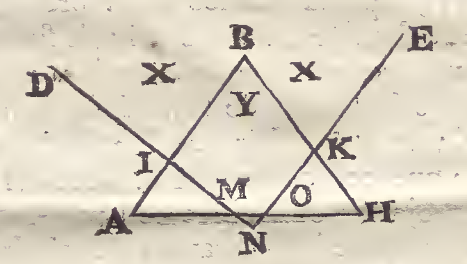
dans le milieu moins denſe X, il eſt clair qu'en M & plus loin, juſqu'à la diſtance où la force de l'attraction ceſſe d'être ſenſible, la force qui agit ſur les corpuſcules de Lumiere du rayon le rappellera vers la ſurface AH à cauſe de l'excès de denſité du milieu Y ſur le milieu X; or il eſt clair que l'inclinaiſon en M peut être telle que combinée avec la force qui pouſſe vers AH, le projectile ou globule de Lumiere arrive à une direction parallele à AH, avant d'atteindre la diſtance de ce plan à laquelle l'attraction qui l'y rappelle n'eſt plus ſenſible. Suppoſons donc que cette inclinaiſon en M ſoit en effet telle, & que le globule ſoit arrivé en N dans une direction parallele à AH, il eſt clair qu'il décrira une ſeconde branche NO égale & ſemblable à la premiere MN qu'il a décrit en allant de M en N, & qu'il rentrera enſuite dans le premier milieu ſous une inclinaiſon OE égale à celle par laquelle il étoit arrivé de D en M, ce qui fait exactement une refléxion.

XII.

On voit bien que de telles refléxions ne peuvent pas avoir lieu lorſque le rayon de Lumiere en arrivant dans le milieu Y ſera ſorti d'un milieu de même nature que X ſéparé de Y par un plan parallele à AH, puiſque par le § VII. il doit toûjours ſortir du milieu Y ſous la même inclinaiſon qu'il y avoit en y entrant.

XIII.

Mais ſi le milieu réfringeant eſt par exemple un



priſme de verre placé dans l'air, on voit que le rayon DI après avoir paſſé de l'air dans le verre, peut avoir une telle inclinaiſon qu'il prenne ſa route par la ligne IMNOK, dont les parties droites IM, OK, ſont également inclinées à l'égard de la ſurface AH.

XIV.

Le cas le plus ſimple de tous ceux de cette eſpece,

eſt celui où le priſme ABH ſuppoſé iſocelle à chacun de ſes angles égaux A & H, tel qu'il convient, pour que le rayon DI coupant perpendiculairement la ſurface AB, & ne ſouffrant par conſéquent point de réfraction, faſſe avec la ſurface l'angle qui convient pour changer la réfraction en reflexion; car alors l'action du priſme qui devroit naturellement procurer deux réfractions au rayon, n'en procure aucune, mais une ſeule refléxion, le rayon ne pouvant manquer après avoir ſuivi le chemin DIMNO, de recouper la ſurface BH encore perpendiculairement, & par conſéquent ſans réfraction. Lorſque l'on a reconnu par l'obſervation que les ſinus d'incidence & de réfraction étoient toûjours en raiſon conſtante, on devoit voir que de cette loi ſeule il ſuivoit qu'un rayon qui vient du milieu le plus denſe pour paſſer dans le plus rare, pouvoit avoir telle inclinaiſon qu'il ne devoit plus éprouver de réfraction; car ſoit par exemple 3 à 2 le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction en paſſant de l'air dans le verre, & par conſéquent le rapport de 2 à 3, celui de ces ſinus en paſſant du verre dans l'air, il eſt clair que ſi l'angle d'incidence eſt tel que ſon ſinus ſoit plus grand que $\frac{2}{3}$, le ſinus de réfraction ſe trouveroit par cette loi plus grand que l'unité ou le rayon, ce qui eſt impoſſible; donc concluroit-on avec raiſon, il ne peut pas ſe faire alors de réfraction; mais c'eſt tout ce que la Géométrie pouvoit ſeule apprendre en ce cas ſans une explication Phyſique, telle que la précédente; on n'auroit pas pû conclure que la réfraction devoit ſe changer en refléxion.

CHAPITRE SECOND.

Où l'on donne la Trajectoire décrite par le rayon de Lumiere & les loix de la réfraction tirée de cette trajectoire.

PROBLEME GE'NE'RAL.

TRouver la courbe DMC *que décrit un corps* D *pousſé ſuivant une direction quelconque* D *d*, DH *& attiré continuellement vers la ſurface* AH, *par des forces dont les directions ſont perpendiculaires à cette ſurface, & dont les quantités ſont exprimées par des fonctions de la diſtance à cette même ſurface.*

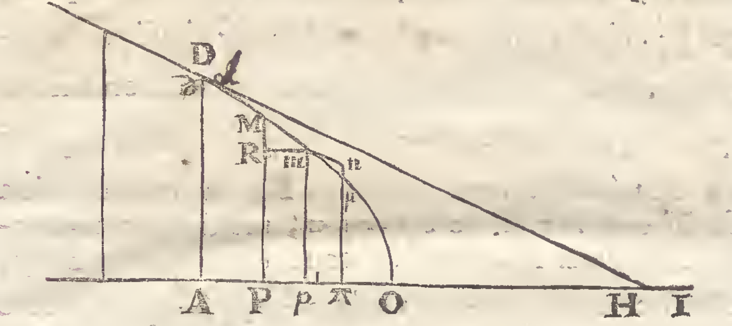
Soit abaiſſée d'un point quelconque M de cette courbe, la perpendiculaire MP à la ſurface donnée, ſoit enſuite menée du point P où cette perpendiculaire aboutit au point A, que je ſuppoſe être celui qui répond au point D d'où le corps propoſé eſt porté.

Enfin ſoit fait AP$=x$.

PM$=y$, la viteſſe du corps donnée aupoint D$=n$, le ſinus de l'angle dDA$=$K, la diſtance de D à AH$=$ a, la force de M vers P$=$Y, l'élément de tems employé à parcourir un petit côté M$m=dt$ le petit élément Pp de l'abciſe x, $=dx$; MR, élément de PM$=$ $-dy$, à cauſe que dans cette figure x augmentant, y diminue.

Prenant alors $mn=$ Mm, & ſur ſon prolongement

il eſt clair que n ſeroit le lieu où le projectile arriveroit à la fin d'un deuxiéme inſtant dt' égal au premier



employé à parcourir M m ſans la force d'attraction, & que ſi l'on prend la petite droite $n\,\mu$ parallele à AD pour exprimer cette force en $n, m\,\mu$, ſera le côté de la courbe cherché ſubſéquent au côté M m; maintenant par le principe général des forces accélératrices, on aura pour l'expreſſion de la petite fleche $n\,\mu$.

Le produit de la force par le quarré du tems; or, comme $n\,\mu$ eſt ſenſiblement la différentielle de R M $-ddy$, on aura pour l'équation différentio, différentielle de la courbe cherchée $-ddy = Y\,dt^2$ qu'il ne s'agit plus que d'intégrer & de délivrer de dt.

Pour y parvenir on commencera par remarquer que le dt & le dx ou P$p = p\,\pi$ doivent être proportionnels, puiſqu'ils ſont conſtans en même-tems; cherchons donc à exprimer leur relation afin de chaſſer premierement le dt de l'équation précédente; rien ne ſera plus facile en remarquant, 1°. que le petit côté D d de la courbe cherchée décrit dans le premier inſtant où le corps étoit en D, doit être exprimée par $\frac{dx}{K}$ puiſ-

que e eſt le ſinus de l'angle dDA. 2°. que l'inſtant dt employé à parcourir ce petit côté doit être exprimé par $\frac{dx}{Kn}$, c'eſt-à-dire ~~les places~~ D$d = \frac{dx}{K}$ diviſé par la viteſſe n. Cela poſé nous changerons premierement l'équation précédente en $-ddy = \frac{\Upsilon dx^2}{n^2K^2}$, dans laquelle dx eſt néceſſairement conſtant, par la conſidération de M$m = mn$ & de P$p = p\pi$; multipliant maintenant les deux membres de cette équation par $2\,dy$, elle ſe changera en $-2\,dy\,ddy = \frac{2\Upsilon dy\,dx^2}{n^2K^2}$ qui à cauſe de la conſtance du facteur $\frac{dx^2}{n^2K^2}$ eſt aiſée à intégrer en ſuppoſant les quadratures; ſoit nommée Y la quantité $\int 2\Upsilon dy$, c'eſt-à-dire l'aire de la courbe dont l'abciſe étant y, l'ordonnée eſt Υ, on aura en conſéquence de cette dénomination pour l'intégrale de l'équation précédente $f\,dx^2 - dy^2 = \frac{\mathrm{Y}\,dx^2}{n^2K^2}$, ou bien $dx = \frac{dy}{\sqrt{f - \frac{\mathrm{Y}}{n^2K^2}}}$ dans laquelle la conſtante f eſt à déterminer par la condition que au point D ou $y = a$, le ſinus de l'angle dDA ſoit $=$ K, ce qui demande de commencer par exprimer le ſinus d'un angle quelconque mMP, afin de l'égaler à K après avoir fait dans ſa valeur $y = a$.

Le ſinus de l'angle mMP étant en général $\frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$; ſa valeur particuliere dans la courbe en queſtion, ſera

par

par l'équation précédente $\frac{1}{\sqrt{f+1-\frac{Y}{n\,K^2}}}$, laquelle deviendra $\frac{1}{\sqrt{f+1-\frac{A}{n^2K^2}}}$, lorſque $y=a$, ſi l'on ſuppoſe que A, ſoit ce que devient Y dans la même ſuppoſition de $y=a$; égalant donc $\frac{1}{\sqrt{f+1-\frac{A}{n^2K^2}}}$ à K, on en tirera $\frac{1}{K^2}+\frac{A}{n^2\,K^2}-1=f$, & partant l'équation de la courbe cherchée ſera $dx=\frac{dy}{\sqrt{\frac{1}{K^2}-1+\frac{A}{n^2K^2}-\frac{Y}{n^2K^2}}}$ par laquelle rien n'eſt plus facile que de conſtruire la courbe auſſi-tôt que l'on aura l'expreſſion de la force ou quantité Υ en y, & par conſéquent la quantité Y ou $\int 2\,\Upsilon\,dy$.

II.

Imaginons par exemple que la force Υ avec laquelle le corpuſcule de Lumiere eſt pouſſé vers la ſurface AH, ſoit exprimée par la fonction $\frac{p}{(y+\beta)^3}$ (en ſuppoſant que β ſoit une très-petite ligne) qui peut être regardée comme un exemple de celles qui ſans donner une force infinie dans le contact en donne cependant une très-conſidérable. Il eſt vrai qu'une telle équation en ſuppoſant qu'elle convint à l'inté-

rieur de la matiere réfringente, auroit comme la simple expression $\frac{p}{y^3}$, l'inconvénient de donner encore une force infinie en certains cas, puisque lorsque y seroit $= -\beta$, c'est-à-dire lorsque le corpuscule de Lumiere seroit enfoncé à la distance β, la quantité $\frac{p}{(y+\beta)^3}$ deviendroit infinie ; mais dans cet exemple nous regarderons la force de la matiere réfractive, comme cessant d'agir aussi-tôt que le corpuscule a atteint la surface, la question étant absolument la même du côté de la théorie que nous traitons. Au reste après cet exemple que j'ai cru devoir donner à cause de la simplicité qu'il offre dans les calculs à ceux qui veulent entrer dans tous les détails des trajectoires que nous examinons ici, nous traiterons la question plus en général.

Dans cette hypotèse Y ou $\int 2\,\Upsilon\, dy$ sera $\int \frac{2p\,dy}{(y+\beta)^3}$ ou $\frac{-p}{(y+\beta)^2}$, & par conséquent $A = \frac{-p}{(a+\beta)^2}$, donc l'équation précédente se changera en . . . .

$$dx = \frac{dy}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 + \frac{p}{n^2K^2(y+\beta)^2} - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}}$$

de laquelle on peut passer facilement aux premieres différences. Pour y parvenir nous mettrons cette équation sous cette forme . . . .

$$dx = \frac{(y+\beta)\,dy}{\sqrt{\left(\frac{1}{KK} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)\times(y+\beta)^2 + \frac{p}{n^2K^2}}},$$

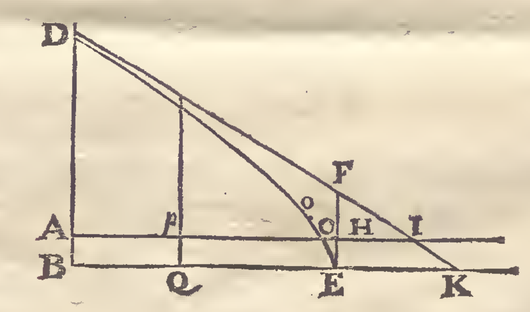
dont l'intégrale étant prise en faisant attention que n

augmente en même-tems que y diminue, & étant complettée ensuite par cette condition, que y étant égalée à a, x soit $= o$ sera . . . . $x =$

$$\frac{-\sqrt{\left((y+\beta)^2 + \frac{p}{nn\,KK\left(\frac{1}{KK} - 1 - \frac{p}{n^2 K^2 (a+\beta)^2}\right)}\right)} + \sqrt{\left((a+\beta)^2 + \frac{p}{n^2 K^2\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2 K^2 (a+\beta)^2}\right)}\right)}}{\sqrt{\left(\frac{1}{KK} - 1 - \frac{p}{n^2 K^2 (a+\beta)^2}\right)}}$$

équation qui appartient à une hyperbole, dont l'axe est une parallele BK à AH, écartée de cette droite de la distance β, dont le centre est K ou BK $=$ . . .

$$\frac{\sqrt{\left((a+\beta)^2 + \frac{p}{nn\,KK\left(\frac{1}{KK} - 1 - \frac{p}{n^2 K^2 (a+\beta)^2}\right)}\right)}}{\sqrt{\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2 K^2 (a+\beta)^2}\right)}}$$



Le demi premier axe, la droite . . . . =

$EK = \frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}$; le demi ſecond axe $EF = \frac{\sqrt{p}}{nK\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}}$, & l'aſſimpote la droite KE.

III.

Quant à la valeur de AO qui donne la poſition du point O, où la courbe en queſtion rencontre la ſurface attirante ou réfringente AI, ſa valeur ſe trouvera en faiſant dans celle de x, $y = o$, ce qui donnera ainſi . . . .

$$AO = \frac{\sqrt{\left(\beta^2 + \frac{p}{n^2K^2\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}\right)} + \sqrt{\left((a+\beta)^2 + \frac{p}{n\cdot K^2}\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)\right)}}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}}$$

IV.

Et pour le coſinus de l'angle ſuivant lequel la trajectoire en queſtion coupe la ſurface AO, c'eſt-à-dire le ſinus de l'angle de réfraction, on l'aura en commençant à faire $y = o$ dans l'expreſſion générale de $\frac{dy}{dx}$, car cette expreſſion ſe réduiſant alors à . . . .

$\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 + \frac{p}{n^2K^2\beta^2} - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}$, donne pour

$\frac{1}{\sqrt{1+\frac{dy^2}{dx^2}}}$, c'eſt-à-dire pour le coſinus cherché de $oO\Lambda$ ou le ſinus de la réfraction, la quantité ......

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{K^2}+\frac{p}{n^2 K^2 \beta\beta}\right)}} - \frac{p}{n^2 K^2 (a+\beta)^2}.$$

V.

Si l'on remarque que β par la nature du problême, ne peut être qu'une très-petite quantité, les expreſſions précédentes ſe peuvent ſimplifier & deviendront

$$BK = \frac{\sqrt{aa + \frac{p}{nnKK\left(\frac{1}{KK} - 1 - \frac{p}{n^2 aaKK}\right)}}}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{nnKKaa}}}$$

$$EK = \frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{nnKKaa}\right)}$$

$$EF = \frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{nnaaKK}\right)}$$

$$AO = \frac{\frac{-\sqrt{p}}{Kn\sqrt{\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2 a^2 K^2}\right)}} + \sqrt{\left(aa + \frac{p}{K^2 n^2\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2 a^2}\right)}\right)}}{\sqrt{\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2 K^2 a^2}\right)}}$$

& le cosinus de OA ou le sinus de la réfraction

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{K^2} + \frac{p}{n^2 K^2 \beta^2} - \frac{p}{n^2 K^2 a^2}\right)}}.$$

VI.

Mais on peut voir aisément que ces expressions peuvent être infiniment simplifiées par la petitesse extrême dont doit être la quantité $\frac{p}{nnaa}$, auprès des termes $\frac{1}{K^2} - 1$, petitesse dont on peut s'assurer par le raisonnement suivant.

$\frac{p}{(a+e)^3}$, ou simplement $\frac{p}{a^3}$, est la force attractive de la surface réfringente en D où l'on suppose qu'elle n'est pas assez considérable pour courber d'une maniere sensible le rayon de Lumiere; cette quantité est donc très-petite: or en la multipliant par a, qui n'est qu'une quantité finie, & la divisant par nn qui doit être regardée comme une quantité infinie, puisque c'est le quarré de la vitesse de la Lumiere, on voit qu'en effet le terme $\frac{p}{aann}$, doit être négligeable auprès de $\frac{1}{KK} - 1$; cela posé les expressions précédentes se réduiront à $BK = \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1}}$.

$$EK = \frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2} - 1\right)}$$

$$EF = \frac{\sqrt{p}}{nK\sqrt{\left(\frac{1}{K^2} - 1\right)}}$$

$$AO = \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1}} - \frac{\sqrt{p}}{Kn}$$

Cof. o OA, ou fin. réfr. $= \frac{K}{\sqrt{1 + \frac{p}{nn\beta\beta}}}$.

VII.

Dans cette derniere expreffion celle du finus de l'angle que o O fait avec la perpendiculaire à la furface réfringente, c'eft-à-dire de l'angle de réfraction, on reconnoît aifément la vérité du Théorême général, que ce finus eft à celui d'incidence en raifon conftante, quelle que foit l'inclinaifon du rayon par rapport à la furface réfringente, puifqu'on voit que la quantité K qui exprime cette inclinaifon ne fe trouve pas dans la quantité $\sqrt{(1 + \frac{p}{nn\beta\beta})}$ qui exprime ce rapport ; mais nous verrons plus loin cette propofition démontrée beaucoup plus généralement; nous acheverons auparavant cet exemple en l'éclairciffant de quelque application en nombre.

^ ce rapport est $K : \frac{K}{\sqrt{(1 + \frac{p}{nn\beta\beta})}} = \sqrt{(1 + \frac{p}{nn\beta\beta})}$

VIII.

$\frac{3}{2}$ étant à peu près le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction dans le paſſage de l'air dans le verre, nous égalerons l'expreſſion précédente $\sqrt{1+\frac{p}{n^2\beta^2}}$ à $\frac{3}{2}$, ce qui nous donnera $\frac{p}{n\beta^2}=\frac{5}{4}$, & en employant cette équation, les expreſſions du § VI. ſe ſimplifieront & ſe réduiront à . . . .

$$EK=\frac{\frac{5}{4}\beta}{K\left(\frac{1}{K^2}-1\right)}=\frac{\frac{5}{4}\beta K}{1-K^2}$$

$$EF=\frac{\frac{5}{4}\beta}{\sqrt{1-K^2}},\quad AO=\frac{aK}{\sqrt{1-K^2}}-\frac{5}{4}\beta$$

d'où l'on voit que les dimenſions de l'hyperbole ou trajectoire décrite par le rayon dans cette hypothèſe, ne dépendent que de la petite droite β & de l'angle d'inclinaiſon du rayon, avant d'atteindre le corps réfringent. Ainſi lorſque la diſtance du corpuſcule de Lumiere de la ſurface attractive ſera conſidérable, par rapport à la droite β, qui par l'hypotèſe précédente, doit être néceſſairement très-petite, on voit que la trajectoire ſera ſenſiblement une ligne droite. Comme l'eſprit eſt rarement ſatisfait en Phyſique quand l'on ſe contente de calculs généraux, & que l'on n'entre pas dans des détails qui donne une idée plus exacte des vrayes forces que l'on employe dans l'explication d'un Phénomene, nous allons paſ-

ſer

ſer à quelque application du calcul précédent, par laquelle on puiſſe voir d'une maniere ſenſible, la prodigieuſe ſupériorité que la force d'attraction du milieu réfringent, peut avoir ſur la force de la gravité, lorſque le globule de Lumiere eſt extrêmement voiſin de la ſurface attirante, & l'exceſſive diminution que ſouffre enſuite cette même attraction à diſtance encore très-petite comme une ou deux lignes; conditions néceſſaires ſi l'on veut que la Théorie employée pour expliquer la réfraction, ne ſoit pas démentie par tous les autres Phénomenes. Dans cette vûe ſoit nommée g la force de la gravité, & H la hauteur d'où un corps devroit tomber pour acquérir une viteſſe égale à celle de la Lumiere, F, la force d'attraction au contact, on aura ainſi $\frac{p}{\beta^3} = F$ & $n^2 = 2gH$, d'où l'équation $\frac{p}{n^2\beta^2} = \frac{5}{4}$ donnera $\frac{F}{g} = \frac{5H}{2\beta}$: pour déterminer H en nombres, nous ſuppoſerons d'après la connoiſſance des tems la diſtance du Soleil à la terre de 22374 demi-diamétres de la terre, dont chacun eſt de $1432\frac{1}{2}$ lieues communes de 25 au degré, & nous prendrons 8′ 24″ pour le tems qu'elle met à venir de cet Aſtre, en nous conformant à la Théorie de M. Bradley déduite de l'aberration de la Lumiere, prenant le degré de 57232, 5 toiſes milieu entre le degré de l'équateur, & celui du pôle ſuivant Mr. Bouguer; je trouve la lieue de 2289, 3 toiſes ou 13735, 8 pieds, ce qui donne partant 440. 242. 760. 529 pieds pour la diſtance du Soleil à la terre, qui étant diviſée par 504″, donne 873. 497. 541 pieds pour

l'espace parcouru par la Lumiere en une seconde. Suivant Newton, pag. 413 de la troisiéme édition, 15 pieds 1 pouce 2 lignes ou 15 pieds, 0972, est la hauteur dont un corps tombe en 1″ par la force de la gravité à la latitude de Paris, donc 30, 1944 sera l'espace que ce corps parcoureroit uniformément en 1″ après cette chûte. Prenant donc une quatriéme proportionelle à 15, 0972, & aux quarrés de 30, 1944, & 873. 497. 51. on aura H = 12. 634. 749. 303. 060. 000 pieds, & partant le rapport cherché $\frac{F}{g} = \frac{31.\ 586.\ 873.\ 257.\ 650.\ 000}{\beta}$, dans lequel il faut voir ce que peut être β pour le but que nous avons. Comme il ne peut être déterminé que très-vaguement, nous prendrons à la place du numérateur de la fraction précédente, $32 \times (10)^{15}$ qui en differe d'environ $\frac{1}{50}$, & cette fraction valeur de $\frac{F}{g}$, sera $\frac{32(10)^{15}}{\beta}$; nous sçavons par la nature de notre hypotese, que β doit être très-petit, puisque sans cela l'expression de l'attraction $\frac{p}{(y+\beta)^3}$, ne pourroit pas sensiblement diminuer en s'écartant de la surface réfringente; mais le prodigieux numérateur de la fraction précédente nous apprend la nécessité de le rendre extrêmement petit, pour que cette force si énorme dans le contact, puisse être comme insensible à une distance, telle que 1 ou 2 lignes, où l'on sçait par les expériences des tuyaux capillaires que l'attraction est très-peu sensible.

Soit donc fait $\beta = \frac{1\ \text{pied.}}{10.\ 000.\ 000.\ 000.\ 000}$, ou $\frac{1\ \text{pied.}}{(10)^{13}}$,

l'expreſſion précédente deviendra $F = 32 \times (10)^{15} \times (10)^{13} g$, qui toute prodigieuſe qu'elle eſt, devient cependant fort peu de choſe à la diſtance; par exemple de $\frac{1}{100}$ pieds, puiſqu'elle ne peut être que $\frac{32\,(10)^{28}\,g}{(10)^{33}}$ ou $\frac{32\,g}{100000}$, c'eſt-à-dire environ $\frac{1}{3000}$ de la gravité, force véritablement très-petite alors, ainſi que les Phénomenes le demandent.

X.

THE'OREME GE'NERAL.

Les mêmes choſes étant poſées que dans l'article premier, je dis que *quelque ſoit la nature & l'expreſſion de la force* Υ *avec laquelle le milieu réfringent attire le projectile, le ſinus de l'angle m MP que fait la trajectoire avec ſon ordonnée, en un point quelconque ſera au ſinus, qu'elle fera avec ſon ordonnée en un autre point quelconque, dans une raiſon qui ne dépendra que des grandeurs de ces mêmes ordonnées & de la viteſſe au point de départ D, ſans qu'il y entre l'inclinaiſon ſous laquelle le projectile eſt parti.*

Pour démontrer cette propoſition, rappellons-nous que nous avons trouvé art. I, que l'équation générale de ces trajectoires, étoit $dx = \frac{dy}{\sqrt{\frac{1}{K} - 1 + \frac{A}{n^2 K^2} - \frac{Y}{n^2 K^2}}}$, dans laquelle Y eſt la quantité $\int 2\,\Upsilon\, dy$; comme auſſitôt que la force Υ eſt donnée A, ce que devient Y,

lorſque PM devient AD $= a$; k le ſinus de l'angle LDA, n la viteſſe au point D ; nous tirerons aiſément de cette équation $\sqrt{dx^2 + dy^2} =$ . . .

$$\frac{dy\sqrt{\frac{1}{K^2} + \frac{A}{n^2K^2} - \frac{Y}{n^2K^2}}}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 + \frac{A}{n^2K^2} - \frac{Y}{n^2K^2}}}$$

, & par conſéquent . .

$\frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, ou le ſinus de l'angle mMp, que la courbe fait avec ſon ordonnée, ſera exprimé par $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{K^2} + \frac{A}{n^2K^2} - \frac{Y}{n^2K^2}}}$, ou $\frac{K}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y}{n^2}}}$. Qu'on ſe propoſe maintenant de comparer ce ſinus avec celui qui répondroit à une autre ordonnée quelconque en nommant cette ordonnée y', Υ' la force d'attraction à la diſtance y', Y' la quantité $\int 2\Upsilon' dy'$; on aura pour l'expreſſion du ſinus que fera la trajectoire avec cette ordonnée y', la quantité $\frac{K}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y'}{n^2}}}$, qui étant comparée à la précédente $\frac{K}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y}{n^2}}}$, donnera le rapport

$$\frac{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y}{n^2}}}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y'}{n^2}}}$$

, dans lequel on ne trouve rien qui appartienne à l'inclinaiſon du projectile

en partant de D, & qui ne contient que les ordonnées y & y', la viteſſe du projectile toûjours la même au point de départ & des conſtantes.

XI.

De cette propriété ſi générale de toutes les trajectoires décrites par des forces perpendiculaires à une ſurface donnée, il eſt aiſé de tirer la propoſition fondamentale de la Théorie de la réfraction, c'eſt-à-dire la conſtance du rapport entre le ſinus d'incidence & celui de réfraction ; car ſi la premiere ordonnée y eſt faite égale à a diſtance à laquelle on ſuppoſe que l'attraction n'a pas encore agi ſenſiblement, & que la ſeconde ſoit celle où elle ceſſe d'agir, il eſt clair que le premier ſinus deviendra celui d'incidence, & le ſecond celui de réfraction.

XII.

Si on ſuppoſe que le nombre p exprime le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour une ſorte de rayon, & q le même rapport pour une autre ſorte de rayon : je dis que ſi l'on compare les [^ viteſſes des] deux rayons dans les points où ils n'ont pas encore éprouvé l'attraction du milieu réfringent, on trouvera pour leur rapport celui de $\sqrt{qq-1}$ à $\sqrt{pp-1}$, quelque ſoit la nature de la force attractive du milieu réfringent, pourvû qu'on ſuppoſe qu'il agiſſe de la même maniere ſur l'un & l'autre de ces rayons. On a nommé précédemment K le ſinus d'incidence ou de l'angle dDA que fait le rayon avec la perpendiculaire, lorſque la ſurface attirante n'a point encore agi ; on a trou-

vé ensuite que $\frac{K}{\sqrt{1+\frac{A}{n^2}-\frac{Y}{n^2}}}$ exprimoit le sinus de l'angle m M P que fait le rayon avec la même perpendiculaire lorsqu'il est arrivé à une distance y.

Pour que cette expression devienne celle du sinus de réfraction, il faut que y soit la distance à laquelle on suppose que le milieu n'agit plus, quelque soit cette distance je nomme B la quantité que devient Y, alors, & $\frac{K}{\sqrt{1+\frac{A-B}{n^2}}}$ exprime le sinus de réfraction, & partant $\sqrt{1+\frac{A-B}{n^2}}$, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, lorsque la vitesse primitive du rayon est comme nous venons de le dire $= n$, supposant que cette vitesse n soit celle de la premiere espece de rayon que nous avons à considérer, & n' la seconde, nous aurons par hypotese $\sqrt{1+\frac{A-B}{n^2}} = p$, & $\sqrt{1+\frac{A-B}{n'n'}} = q$, d'où il est aisé de tirer $\frac{1}{nn} : \frac{1}{n'n'} = pp-1, : qq=1$, ou bien $nn, : n'n' = qq-1, : pp-1$, ou enfin $n : n' = \sqrt{qq-1}, : \sqrt{pp-1}$.

XIII.

Pour faire une application de cette proposition, cherchons qu'elle devroit être le rapport de la vitesse

du rayon rouge au rayon violet dans l'hypotese, où on attribueroit la différence de leur réfrangibilité à leur différence de viteſſe. Suivant les expériences de Mr. Newton, le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt pour les premiers rayons, celui de 77 à 50; & pour les ſeconds, celui de 78 à 50: on a donc $p = 1,54$, & $q = 1,56$, ſubſtituant ces valeurs dans la formule $n : n' = \sqrt{q^2 - 1}, \sqrt{p^2 - 1}$; on aura $n : n' = 1,1973 : 1,1711$, ce qui donneroit environ $\frac{1}{41}$, pour l'excès de viteſſe des rayons rouges par-deſſus celle des rayons violets.

XIV.

La plûpart des Sçavans qui ont traité de la réfraction dans l'hypoteſe de Mr. Newton, ont attribué la différence de réfrangibilité des rayons à la différence de maſſe de leurs particules, & ont rejettés la différence de viteſſe; mais quoique je ne prétende pas établir ici que c'eſt à cette derniere cauſe qu'il faut avoir recours, je crois à propos de remarquer que ceux qui veulent que la différence de maſſe ſoit la ſeule cauſe de la diverſité des réfrangibilités, ſe déterminent preſque tous par un raiſonnement qui eſt contraire aux principes de la dynamique, du moins de la maniere dont ils le préſentent & qu'ils n'ont peut-être pas examiné qu'on pouvoit répondre aux argumens par leſquels la diverſité de viteſſe ne leur paroiſſoit pas poſſible. Quant à leur raiſonnement pour rapporter telle ou telle réfrangibilité à la maſſe, il paroît d'abord

fort ſimple, les rayons rouges ayant plus de maſſe, l'attraction du milieu les détourne moins que les autres de leur direction, & au contraire ; mais qu'on y refléchiſſe bien & que l'on ſe rappelle ce fait ſi connu, qu'une groſſe pierre en tombant vers la terre, ne décrit pas une autre parabole, qu'une petite balle lorſqu'elle eſt lancée avec la même viteſſe, & l'on verra qu'il en doit être de même d'un corpuſcule de Lumiere par rapport au milieu attractif qui eſt immenſe par rapport à lui, donc la différence de réfrangibilité ne ſçauroit être attribuée à la différence de maſſe ; tout ce qu'on peut dire ſeulement pour l'attribuer à la nature des globules rouges, plutôt qu'à la différence de viteſſe, c'eſt que les globules d'une couleur ſont eſſentiellement & d'une nature différente de ceux d'une autre couleur, & que la cauſe de l'attraction du milieu réfringent quelle qu'elle ſoit, n'agit pas de la même maniere ſur eux, appuyant un tel raiſonnement ſur les exemples que l'on a dans la nature des corps qui agiſſent différemment les uns ſur les autres, & dont les actions ſont ſenſibles pour les uns ſans l'être pour les autres.

Parmi les argumens employés contre les différentes viteſſes qu'on voudroit ſuppoſer à diverſes parties de Lumiere, je n'en ai vû qu'un qui m'ait paru avoir de la force, c'eſt celui-ci. Dans les éclipſes lorſque la planete éclipſée ſort de l'ombre, les rayons dont la viteſſe eſt ſuppoſée la plus grande, devroient paroître les premiers, en ſorte que la planete devroit donc paroître dans le premier inſtant rouge, & puis par un

mélange

mêlange de rouge, d'orangé, & des autres couleurs, enfin n'affecter l'œil de blanc qu'après le tems qu'il faut pour que les rayons violets ſoient arrivés ; mais quoique ce raiſonnement paroiſſe d'abord ſans réplique, j'y vois cependant une réponſe qui juſqu'à un plus grand examen & de nouvelles obſervations, me paroît devoir laiſſer en ſuſpens entre cette hypoteſe & la premiere, c'eſt que comme il faut toûjours qu'une certaine partie de la planete ſoit ſortie de l'ombre avant qu'elle puiſſe faire aſſez d'impreſſion ſur l'œil pour être apperçûe, il ſe peut faire que le tems qu'il faut pour que l'émerſion ſoit ſuffiſante, ſoit aſſez conſidérable pour qu'il ſoit déja arrivé des rayons violets des premieres parties qui ont paru, lorſque les ſuivantes envoyent leurs rayons rouges.

Les émerſions des ſatellites de Jupiter ſont celles qui fourniſſent le plus à l'objection que je viens de rapporter, puiſqu'il y a environ 1′ de tems de différence entre l'arrivée des rayons rouges & des rayons violets du même point du ſatellite qu'on obſerve, en ſuppoſant à ces rayons la viteſſe que demanderoit leur réfrangibilité; mais qu'on examine quelle différence il ſe trouve entre le moment que l'émerſion eſt apperçûe par un Obſervateur & par un autre qui a la vûe plus ou moins ſenſible, & l'on verra qu'il eſt très-poſſible qu'aucun Obſervateur n'apperçoive le ſatellite, que lorſque tous ſes rayons ſont arrivés; d'ailleurs il ne faut pas croire qu'on juge du degré de blancheur d'une telle Lumiere, au point qu'on diſtinguât un blanc parfait compoſé de tous les rayons,

d'avec celui dans lequel les derniers rayons foibles du ſpectre n'entreroient pas, & par ce moyen cette différence de $\frac{1}{40}$ que nous avons trouvé dans la viteſſe, pourroit bien être réduite à moitié.



CHAPITRE TROISIEME.

Théorie de la refléxion de la Lumiere dans le sistème des Newtoniens.

APrès avoir vû comment la supposition d'une force attractive donne l'explication complette du Phénomene de la réfraction, il ne semble pas qu'il reste rien à désirer dans la Théorie de la Lumiere, puisque l'autre branche de cette Théorie, je veux dire la refléxion paroît être entierement dans le cas de la refléxion de toutes les autres especes de corps solides; mais lorsqu'on vient à pénétrer dans toutes les circonstances particulieres qui accompagnent ce Phénomene, on voit bien-tôt qu'il est tout aussi éloigné de se déduire des loix ordinaires des corps à ressort, que la réfraction de la théorie des balles jettées dans des fluides: on peut dire même que la réflexion de la Lumiere qui paroît beaucoup plus simple que la réfraction, renferme véritablement plus de difficultés, & que c'est celui de ces deux Phénomenes sur lequel on est encore le moins satisfait. La plûpart des Condisciples de Newton qui en ont parlé dans leur Traité de Physique, ont glissé si légerement sur cette partie, en exposant le sentiment de leur maître qu'on voit bien qu'ils en ont senti toute la difficulté. Comme Mr. Smith est de tous ces Auteurs celui qui m'a paru avoir exposé le plus clairement la

Théorie de Mr. Newton, & avoir le mieux démontré la liaison de la réflexion avec la réfraction, j'ai cru que je ferois plaisir aux Lecteurs de donner ici la traduction de ce qu'il a écrit sur cette matiere dans le Chapitre VII de la premiere partie de son Traité. J'avois d'abord pensé à ne tirer de ce Chapitre que ce qui regardoit la réflexion afin de ne pas tomber dans quelque repétition, par rapport à ce que j'ai dit sur la réfraction; mais outre qu'il auroit été difficile de séparer ces deux matieres par la maniere dont les a traitées Mr. Smith, & que les repétitions ne tombent que sur très-peu d'endroits, j'ai cru que le Lecteur en revoyant toute la matiere en entier sous un autre jour, & dans l'ordre que lui a donné le Géometre Anglois, seroit plus à portée de parvenir à la bien posséder & d'en sentir les beautés & les difficultés; les extraits d'ailleurs plus encore que les traductions font éprouver de certains efforts au sens original, qui pour ainsi dire le déchirent; j'ai pensé aussi que ceux qui ne sçavent pas l'Anglois, ou qui ne voudroient pas se donner la peine de recourir à l'ouvrage qu'on devroit désirer de voir traduit en entier, me sçauroient gré d'avoir donné ici la traduction du Chapitre dont ils pouvoient avoir besoin.

I.

Traduction du Chapitre VII. de l'Optique de Mr. Smith, sur la cause de la réfraction, de la reflexion, de l'inflexion, & de l'émission de la Lumiere.

Les considérations suivantes font reconnoître aisément que la cause de la reflexion n'est pas le choc de

la Lumiere ſur les parties ſolides ou impénétrables des corps, ainſi qu'on le croit communément. Premierement, dans le paſſage de la Lumiere du verre dans l'air, il y a une réflexion auſſi forte que dans ſon paſſage de l'air dans le verre, ou même un peu plus forte & beaucoup plus conſidérable que dans ſon paſſage de l'air dans l'eau, & il paroît bien peu naturel de dire que l'air eut plus de parties refléchiſſantes que l'eau ou le verre; mais quand même cela pourroit être ſuppoſé on n'en ſeroit pas plus avancé, car la réflexion eſt auſſi forte ou même plus forte quand l'air eſt retiré de derrier le verre par le moyen de la machine pneumatique que quand il y eſt adjacent. En ſecond lieu, ſi la Lumiere dans ſon paſſage du verre dans l'air, vient frapper plus obliquement que ſous un angle de 40 ou 41 degrés, elle eſt entierement refléchie; ſi elle frappe moins obliquement, elle eſt en grande partie tranſmiſe : or on ne doit pas imaginer que la Lumiere à un certain degré d'obliquité, rencontreroit aſſez de pores dans l'air, pour que la plus grande partie fût tranſmiſe, & qu'à un autre degré d'obliquité elle ne rencontrât uniquement que des parties qui la refléchiſſent en entier, principalement en conſidérant que dans ſon paſſage de l'air dans le verre, quelqu'oblique que ſoit ſon incidence, elle trouve aſſez de pores dans le verre pour être tranſmiſe en plus grande partie. Si l'on ſuppoſoit qu'elle n'eſt pas refléchie par l'air, mais par les parties ſuperficielles les plus extérieures du verre, il y auroit toûjours la même difficulté, ſans compter qu'une telle ſuppoſition eſt inconcevable & qu'on en reconnoît la fauſſeté, en appliquant de l'eau

derriere quelque partie du verre au lieu de l'air, car alors à une inclinaison convenable des rayons, comme de 45 ou 46 degrés à laquelle ils sont tous refléchis quand l'air est adjacent au verre; ce qui prouve que leur réflexion ou leur transmission dépend seulement de la constitution de l'air & de l'eau qui est derrierre le verre, & non du choc des rayons sur les parties du verre. En troisiéme lieu, si les couleurs faites par un prisme placé à l'entrée des rayons de Lumiere dans une chambre obscure, sont successivement jettés sur un second prisme placé à une grande distance du premier, en telle maniere qu'ils y arrivent tous avec une égale incidence, ainsi que quand ils sont transmis par les trous dans les deux planches de la cinquiéme expérience, le second prisme peut être tellement incliné par rapport aux rayons incidents, que ceux qui seront bleus seront tous réfléchis par ce prisme pendant que les rouges passeront en abondance; or si l'on dit que la réflexion est causée par les parties de l'air ou du verre, je demanderai pourquoi à la même obliquité d'incidence les bleus frapperons tous sur ces parties, de maniere à être réfléchis pendant que les rouges trouveront assez de pores pour être en grande partie transmis. Enfin si les parties de Lumiere étoient réfléchies par les parties solides des corps, leur réflexion de dessus les corps polis ne pourroient pas être aussi régulieres qu'elles le sont, car on ne sçauroit imaginer qu'en polissant le verre avec de la potée, du sable ou du tripoli, ces substances puissent par leur frottement porter les plus petites parties du verre à un tel degré de poli que leurs surfaces soient vraiment pla-

nes ou ſphériques, & ne compoſer toutes enſemble qu'une ſeule & même ſurface, cette maniere de polir avec des poudres ne pouvant faire autre choſe que de réduire l'apprêté du verre à un grain aſſez fin, pour que les rayeures de la ſurface deviennent ſi petites, qu'elles ceſſent d'être viſibles ; & par conſéquent ſi la Lumiere étoit réfléchie en conſéquence du choc ſur les parties ſolides du verre, elle ſeroit auſſi diſperſée par les verres les plus polis que par les plus groſſiers, en ſorte que c'eſt encore un problême de ſçavoir comment le verre poli par le frottement de telles ſubſtances peut réfléchir la Lumiere auſſi régulierement qu'il le fait.

II.

Ce problême ne peut guere être réſolu qu'en diſant que la réflexion d'un rayon eſt produite, non par un point ſimple du corps réfléchiſſant, mais par quelque puiſſance du corps qui eſt également répandue ſur toute la ſurface & par laquelle il agit ſur un rayon ſans un contact immédiat, & cette propoſition que les parties du corps agiſſent ſur la Lumiere en diſtance, ſe découvrira par les expériences ſuivantes tirées de l'Optique de Newton. *

III.

Le Soleil luiſant dans ma chambre par un trou d'un quart de pouce de large, je plaçai à la diſtance de 2 ou 3 pieds de ce trou une feuille de carton noircie en entier des deux côtés, & dans le milieu de laquelle il y avoit un trou d'environ trois quarts de pouces en

* Opt. Newton. Pag. 185. de l'édit. de France.

quarré pour y laiſſer paſſer la Lumiere, & derriere ce trou j'attachai au carton avec de la poix, une lame d'un couteau très-aiguiſé pour intercepter une partie de la Lumiere qui paſſoit à travers ce trou. Les plans du carton & du couteau étoient paralleles l'un à l'autre, & perpendiculaires au rayon après les avoir tellement placé, qu'aucune Lumiere du Soleil ne tombât ſur le carton, mais que tout paſſât par le trou pour aller au couteau, une partie tombant ſur la lame du couteau & l'autre ſur le tranchant; je fis tomber cette partie de la Lumiere qui tomboit auprès du couteau ſur un papier blanc placé à deux ou trois pieds par delà le couteau, & j'y vis deux traits de Lumiere foible lancée des deux côtés du rayon de Lumiere dans l'ombre comme les queues des comettes; mais parce que la Lumiere directe du Soleil par ſon éclat ſur le papier obſcurciſſoit ces traits foibles de Lumiere, de maniere que je les pouvois à peine appercevoir; je fis un petit trou au milieu de ce papier, afin d'y laiſſer paſſer la Lumiere & de la faire tomber ſur un drap noir placé derriere, & alors je vis les deux traits de Lumiere très-diſtinctement, ils étoient égaux l'un à l'autre, & à peu près égaux auſſi en longueur, en largeur, & en intenſité de Lumiere: leur lumiere du côté le plus près de la Lumiere directe du Soleil, étoit aſſez forte dans l'eſpace d'un quart ou d'un demi pouce, & dans tout ſon progrès depuis cette Lumiere directe elle décroiſſoit graduellement juſqu'à devenir inſenſible, toute la longueur de chacun de ces faiſceaux meſurés ſur le papier, à la diſtance de trois pieds du couteau, étoit d'environ ſix pouces, en ſorte qu'elle

ſoutenoit

ſoutenoit un angle au tranchant du couteau de 10, 12, ou au plus 14 degrés; je plaçai un autre couteau auprès de ce premier, de maniere que leur tranchant fuſſent paralleles & qu'ils ſe regardaſſent, je fis en ſorte enſuite que le rayon de Lumiere tombât ſur les deux couteaux, & qu'il en paſſât quelque petite partie entre leur tranchant, quand la diſtance entre ces deux tranchans étoit la $\frac{1}{400}$ partie d'un pouce, le faiſſeau de Lumiere étoit partagé par le milieu, & laiſſoit une ombre entre les deux parties; cette ombre étoit ſi noire, que toute la Lumiere qui paſſoit entre les deux couteaux ſembloit être pliée & s'être détournée des deux côtés, & en approchant encore les couteaux plus près, l'ombre devint plus large juſqu'à ce que les couteaux ſe touchant exactement toute la Lumiere s'évanouit; de-là je conclus que les rayons qui ſont les moins pliés, & qui vont aux termes intérieurs des traits de Lumiere à la plus grande diſtance des tranchants que cette diſtance, celle où l'ombre commence à paroître eſt d'environ 800 parties d'un pouce, & que les rayons qui paſſent près des tranchants des couteaux à des diſtances encore plus petites, ſont encore plus pliés & n'ont du côté des traits de Lumiere le plus éloigné de la Lumiere directe, parce que quand les couteaux approchent l'un de l'autre juſqu'à ſe toucher, les parties des faiſſeaux qui s'évanouiſſent les dernieres, ſont celles qui ſont les plus éloignées de la Lumiere directe. Par les expériences que nous venons de rapporter & par quelques autres, Mr. Newton a prouvé que les corps agiſſent ſur la Lumiere en quelques circonſtances par une force d'at-

F

traction, & dans quelques autres par une force de répulsion, car il a trouvé que les cheveux, les fils, les épingles, les pailles, & d'autres corps déliés qui sont éclairés par un très-petit rayon de Lumiere introduit dans une chambre obscure, jettoient une ombre beaucoup plus grande qu'elles n'auroient dû être si les rayons qui passent auprès de ces corps, eussent été des lignes droites. En particulier le Chevalier Newton a remarqué que l'ombre d'un cheveu donnoit à la distance de dix pieds une ombre trente-cinq fois plus large que le cheveu lui-même.*

Voici ce qu'il dit pour établir son sentiment au sujet de ces forces, & qu'on trouve dans son optique; à cause que les métaux dissous dans des acides n'attirent qu'une très-petite quantité de ces acides, leur force d'attraction ne peut agir qu'à une très-petite distance; & comme dans l'Algebre lorsque les quantités affirmatives & qui diminuent viennent à s'évanouir, elles se changent ensuite en négatives de même en méchanique, lorsque la force d'attraction s'évanouit il lui doit succéder une force de répulsion, & c'est une force de cette nature qui semble agir sur la Lumiere, tant dans les refléxions que dans les infléxions des rayons, car les rayons sont repoussés par les corps dans ces deux cas dans le contact immédiat du corps qui réfléchit ou infléchit la Lumiere.

Cela semble aussi suivre de l'émission de la Lumiere, le rayon aussi-tôt qu'il est lancé d'un corps lumineux par le mouvement de vibration de ce corps, & qu'il a passé la sphere d'activité de l'attraction, étant

* Optiq. Angl. pag. 293.

chaſſé en avant avec une exceſſive viteſſe; car cette force qui eſt ſuffiſante pour le renvoyer par la réflexion, peut bien être ſuffiſante pour lui donner directement l'émiſſion; cela paroît auſſi ſuivre de la production de l'air & des vapeurs, les particules qui ſe détachent des corps par la chaleur ou par la fermentation, ne ſont pas plutôt ſortis de la ſphere d'activité d'attraction de ces corps qu'elles les fuyent, & ſe fuyent les unes les autres avec une très-grande force, & occupent des eſpaces ſouvent plus d'un million de fois plus étendu que celui qu'elles occupoient quand elles étoient ſous la forme de corps denſes, & cette immenſe contraction & expenſion paroît inexplicable, ſoit qu'on ſuppoſe que les particules de l'air ſoient branchues & rameuſes, ou roulées comme des houpes, ſoit qu'on employe toute autre ſuppoſition que celle d'une puiſſance répulſive. C'eſt par cette puiſſance encore qu'il ſemble que les mouches marchent ſur l'eau ſans ſe mouiller les pieds, & que les objectifs des grandes lunettes ſont placés les uns ſur les autres ſans ſe toucher parfaitement, & enfin que deux marbres polis ſi adhérens l'un à l'autre dans le contact immédiat, ſont ſi difficilement pouſſé aſſez près l'un de l'autre pour ce parfait contact.

I V.

Le raiſonnement ſuivant fournit une preuve de l'immenſité de cette force ſur la Lumiere en comparaiſon de celle de la gravité. Mr. Newton a démontré que tous les corps agiſſent les uns ſur les autres par la force de la gravité, & que les forces attractives de deux

spheres homogenes sur des particules de matiere placées très-près de leur surface, sont entr'elles comme les diamétres de ces spheres, c'est-à-dire par exemple que si un milieu réfringent est sphérique & de la même densité que la terre, la force d'attraction de la terre près de la surface surpassera celle du milieu près de la surface, en même raison que le diamétre de la terre surpasse celui de ce milieu, ce qu'on peut regarder comme un rapport infini, eu égard aux conceptions humaines; cependant nous sçavons qu'un boulet lorsqu'il vient de sortir de la bouche du canon, se détourne à peine sensiblement de la ligne droite par la force de l'attraction de la terre, & que la plus petite particule de ce boulet, si elle étoit séparée du reste, ne se détourneroit pas plus du chemin rectiligne que le boulet entier, à cause que la gravité fait tomber tous les corps vers la terre avec la même vitesse en les affectant également, soit lorsqu'ils sont réunis, soit lorsqu'ils sont séparés. Une particule de Lumiere dont la vitesse (on le peut dire) est infiniment plus grande que celle du boulet de canon, seroit donc infiniment moins détournée de la ligne droite par la force d'attraction du milieu, qui comme nous venons de le dire, est infiniment moindre que celle de la terre; mais l'expérience nous apprend que le rayon de Lumiere est courbé très-sensiblement, donc il doit être affecté par quelqu'autre puissance de ce milieu, laquelle dans ce contact ou à des distances très-voisines, est infiniment plus considérable que la force de la gravité.

V.

Il eſt difficile de déterminer la vraie loi de cette puiſſance réfringente, ou les différens degrés de ſa force à diſtance donnée de la ſurface réfringente; mais quoiqu'il en ſoit, puiſque nous ſçavons que les effets de la gravité qui décroiſſent comme les quarrés des diſtances augmentent, ſont très-ſenſibles à de grandes diſtances, nous pouvons aſſûrer que la puiſſance réfractive du milieu qui a la ſurface, eſt infiniment plus forte que la gravité, & s'évanouit à des diſtances qui ne ſont encore que très-petites, doit décroître dans une proportion beaucoup plus grande que celle de la gravité.

VI.

Il eſt naturel de conclure que les corps réfléchiſſent & réfractent la Lumiere par une ſeule & même puiſſance qui s'exerce différemment ſuivant les diverſes circonſtances, parce que quand la Lumiere ſort du verre dans l'air auſſi obliquement qu'il eſt poſſible, ſi ſon incidence vient encore à augmenter d'obliquité, elle eſt totalement réfléchie (car la puiſſance du verre après qu'elle a rompu la Lumiere auſſi obliquement qu'il eſt poſſible, ſi l'incidence devient encore plus oblique, augmente de force à un tel degré, qu'aucun rayon ne peut plus paſſer, & qu'il en réſulte par conſéquent une unique réflexion) & par cet autre raiſon que la ſurface des corps tranſparents qui ont la plus grande force réfringente réfléchiſſent la plus grande quantité de Lumiere.

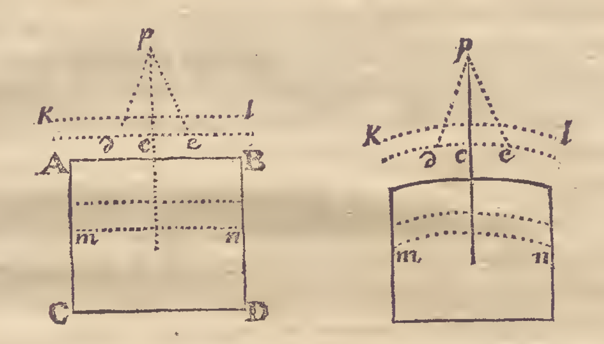
VII.

Des différentes proportions obſervées entre les ſinus d'incidence & de réfraction dans un grand nombre de différents corps, Mr. Newton a conclu que les forces de ces corps ſont à très-peu de choſe près proportionnelles aux denſités de ces corps, avec cette exception ſeulement que les corps onctueux & ſulphureux, réfractent plus que les autres corps de même denſité, d'où, dit-il, il ſemble naturel d'attribuer la force réfractive de tous les corps principalement, ſinon entierement aux particules ſulphureuſes & huileuſes dont ils ſont en grande partie compoſé, car il eſt probable que tous ces corps abondent plus ou moins en ſoufre; & comme la Lumiere raſſemblée par un miroir ardent agit le plus fortement ſur les corps ſulphureux pour les changer en feu & en flammes, de même toute action étant réciproque, les ſoufres doivent le plus agir ſur la lumiere. Quant à ce que la Lumiere & les corps agiſſent mutuellement les uns ſur les autres, on en peut voir la preuve par cette conſidération que les corps les plus denſes qui réfléchiſſent & réfractent le plus fortement la Lumiere, s'échauffent le plus ſenſiblement auſſi expoſés au Soleil en Été, ſoit par l'action de la Lumiere réfléchie; ſi on imagine que les corps ayent une denſité de cette nature proportionnelle à leur puiſſance réfractive, on pourra l'appeller leur denſité réfractive.

VIII.

La direction de la force réfractive d'un milieu qui agit sur les particules de la Lumiere, est en tous les lieux de son action perpendiculaire à la surface réfringente, car soit que cette force soit une attraction réelle, ou qu'elle soit une impulsion sur la Lumiere produite par la force élastique d'un fluide subtile, qui traverse le milieu par l'excès de son élasticité extérieure sur l'intérieure, ou de quelque maniere que vous voudrez, pourvû que le milieu soit uniforme dans toutes ses parties, la puissance immédiate sur la Lumiere elle-même ou sur le fluide subtil qui agit sur elle, sera d'une force égale en chaque point d'un plan mené parallelement à la surface réfringente, quoique la force soit différente en allant de ce plan à celui qui en est le plus proche, & de là à tous ceux qu'on imaginera dans l'espace où cette puissance peut s'étendre de chaque côté de la surface du milieu, l'étendue de cette puissance sera par conséquent terminée par deux plans paralleles l'un à l'autre & à cette surface, & l'espace compris entre-eux pourra être appellé l'espace d'activité, soit que la force du milieu réfringent attire ou qu'elle repousse; ceci étant supposé, je dis que la force du milieu agira sur la Lumiere, soit en l'attirant, soit en la repoussant suivant des lignes perpendiculaires à la surface; car que p soit une particule de Lumiere sur laquelle agisse une puissance quelconque qui est uniforme dans la ligne $d\ e$, parallele à la surface réfringente A B, $p\ c$, une ligne perpendiculaire à ces

paralleles & rencontrant *d e* en C, il eſt évident que la force de la puiſſance en C fera mouvoir la particule

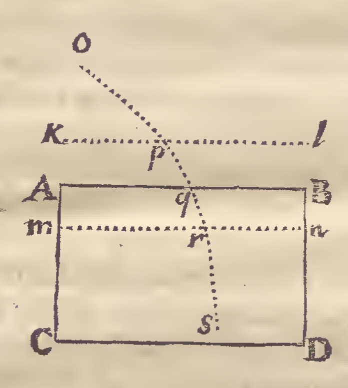


p dans la ligne *p c*; mais en prenant deux points quelconques *d*, *e*, à égale diſtance de chaque côté de C, les forces en *d* & en C qui ſont égales & agiſſantes à égales diſtances *p d*, *p e* également inclinés à *p e*, ne pourront pas pouſſer *p* dans aucune autre direction que celle de *p c*, & ce qui a été dit des puiſſances égales dans la ligne *d e* eſt également applicable aux puiſſances exercées dans toutes les autres lignes menées parallelement à AB, c'eſt-à-dire dans tout l'eſpace d'activité du milieu réfringent.

IX.

Maintenant quand un rayon de Lumiere tombera perpendiculairement ſur l'eſpace d'activité, les particules ſeront accélérées ou retardées dans la même direction perpendiculaire, ſuivant que la puiſſance du milieu agira dans le même ſens ou dans un ſens contraire

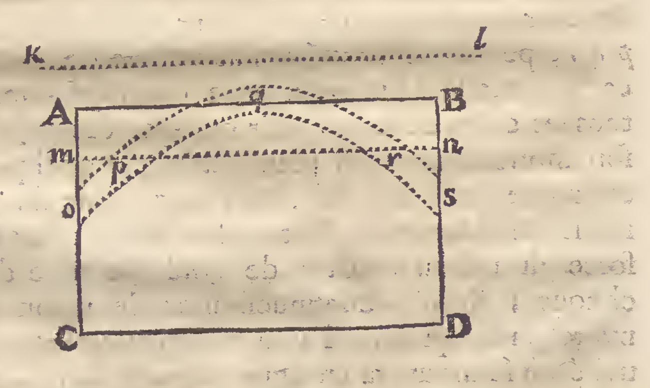
traire à la direction de leur mouvement ; & quand les particules auront traversé tout cet espace, elles con-



tinueront de se mouvoir avec une vitesse uniforme ; mais si un rayon *o p* ou *s r* tombe obliquement sur l'espace d'activité K *l m n*, la force du milieu agissent alors obliquement sur les particules, les détournera de leur direction en leur faisant décrire une courbe *p q r*, pendant leur passage au travers de cet espace ; car comme la Lumiere a cette propriété commune à tous les corps de se mouvoir en ligne droite, tant que son mouvement n'est point altéré par quelque force étrangere, elle doit suivre les autres loix du mouvement qu'observent aussi tous les autres corps ; ainsi la force du milieu agissant de côté sur cette direction oblique, fléchira continuellement le rayon de Lumiere ; mais après qu'il aura traversé tout l'espace d'activité, il se mouvera en ligne droite à cause qu'il sera également attiré ou repoussé de tous les côtés, ou

parce qu'il ne le ſera point du tout s'il eſt alors dans un eſpace vuide & qu'il aura par conſéquent la même liberté de mouvement dans les deux cas, de même qu'un animal environné d'air de tous les côtés, quoique violemment preſſé de toutes parts n'en eſt point incommodé, & qu'il a une égale facilité de ſe mouvoir de tous les côtés.

Ainſi nous voyons que la réfraction de la Lumiere s'exécute de la même maniere que le mouvement d'une pierre jettée dans la direction *o p* par ſa gravité, ou de celle qui ſeroit jettée dans la direction oppoſée ſuivant *ſ r*, & qui ſeroit détournée de ſon chemin en montant, pourvû que l'on ſuppoſât que l'atraction de la terre n'atteignit pas plus haut que la ligne K *l*, la pierre iroit de là dans une ligne droite *p o*. Maintenant la gravité de la pierre peut-être ſuppoſée tellement grande, ou la force de projection ſi foible, ou la direction du mouvement ſi oblique à la ligne horiſon-



tale K *l*, qu'elle ne puiſſe pas atteindre juſqu'à cette

ligne, en ce cas la pierre descendra du plus haut point de sa course par les mêmes degrés de courbure qu'elle avoit eu en montant, & si la gravité est supposée cesser dans tous les lieux qui sont au-dessous de la ligne *mn*, la pierre continuera de se mouvoir dans la direction du dernier petit côté de la courbe produite. Ceci est un cas semblable à celui de la réfléxion de dessus la surface des milieux denses, quand les rayons incidents sont si inclinés à cette surface, qu'ils sont rentrés dans ce même milieu. Jusqu'ici j'ai supposé le milieu réfractant contigu à un espace vuide, mais la maniere dont se fait la réfléxion & la réfraction est la même à la commune surface de deux milieux quelconques, car puisque les forces séparées des milieux agissent dans les mêmes lignes perpendiculaires à leur surface commune & dans des directions contraires, la Lumiere sera affectée par la différence de ces forces de la même maniere que l'on l'a exposé ci-dessus, & si les milieux ont des forces égales, ils se balanceront l'un l'autre sans produire ni réfléxion ni réfraction, il a déja été observé que la largeur perpendiculaire de l'espace d'activité est extrêmement petite, & que par conséquent dans les expériences Physiques l'incurvation du rayon pourra encore être regardée comme exécutée dans un point Physique.

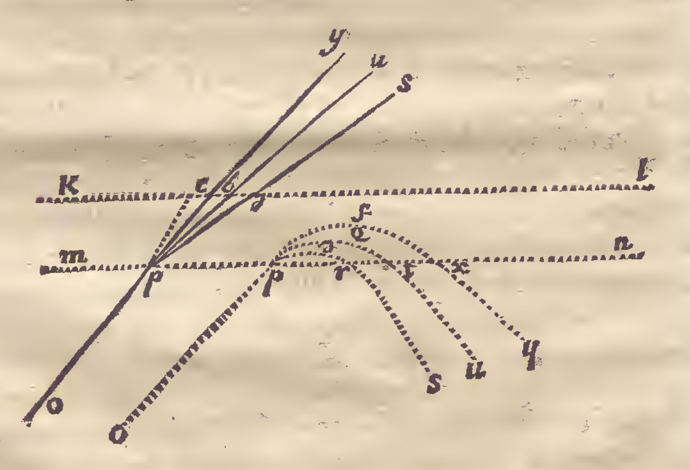
X.

En conséquence de cette Théorie, il n'est pas question pour produire toute la variété des couleurs & des différents degrés de réfrangibilité de recourir à

d'autres causes que les différences de masse des particules de la Lumiere, les moindres desquelles donneront le violet, la plus foible & la plus obscure des couleurs, & les autres à proportion qu'elles seront plus considérables en masse, donneront les couleurs les plus fortes & les plus brillantes, telles que le bleu, le verd, le jaune & le rouge, & ce seront celles qui seront le moins détournées de la ligne droite; car les différentes masses qui tombent sur l'espace d'activité K *l m n* dans la ligne *o p*, ayant différentes forces, pourront décrire différentes courbes *p a*, *p b*, *p e*, & par conséquent sortir de cet espace sous différents angles.

XI.

Ainsi les parties hétérogenes s'écartent les unes des



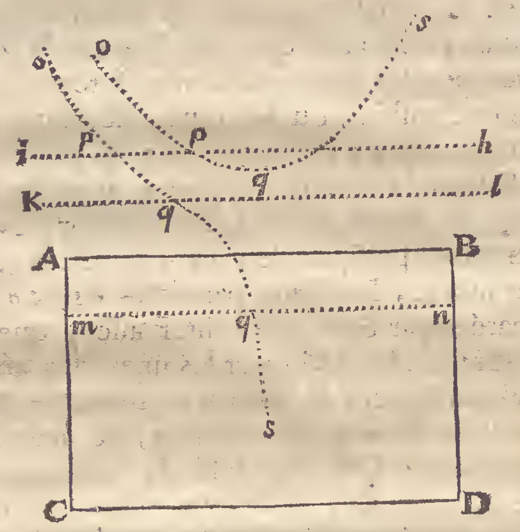
autres par la réfraction, quoiqu'elles ne s'écartent pas

par la réfléxion, car ſi la ligne de leur incidence *o p* eſt ſi oblique à l'eſpace d'attraction K *l m n*, que toutes les particules ſoient repouſſées dans le même milieu elles décriront dans leur retour, des lignes paralleles *r s*, *t u*, *x y*, inclinées par rapport à cet eſpace de la même maniere que l'étoient les lignes d'incidence, c'eſt ainſi que des boulets de différents diamétres pouſſés avec différentes forces d'un canon *op* dans une poſition quelconque, décriront différentes courbes *p d r*, *p e t*, *p t x*, &c. & que cependant réfléchiſſant de la terre ils frapperont tous en *r*, *t*, *x*; &c. ſous des angles égaux à ceux de leur élévation en *p*. Maintenant puiſque l'eſpace d'attraction eſt extrêmement mince, les lignes paralleles *r s*, *t o*, &c. ſeront ſéparées par de ſi petits intervalles, que les ſens ne pourront pas les diſtinguer les unes des autres, & que par conſéquent la Lumiere réfléchie & l'incidente paroîtrons la même couleur; & quand la Lumiere incidente ſera compoſé de différens rayons, quoique les particules de chaque rayon ſoient un peu ſéparées après la réfléxion, & qu'elles ſe meuvent ſuivant diverſes lignes; cependant toutes ces différentes lignes ſeront mêlées enſemble, & conſéquemment la Lumiere réfléchie paroîtra blanche ou de la même couleur que la Lumiere incidente.

XII.

Parce que j'ai cité de Mr. Newton au § III, ſon ſentiment ſur la cauſe & l'opération de la réfléxion, paroît ſe réduire à ceci, en ſuppoſant que la puiſſance at-

tractive du milieu dense ABCD, se termine à la ligne K l, & qu'à cette ligne commence la puissance répulsive que nous supposerons terminée à la parallele K i, lorsqu'un rayon de la Lumiere tombera de l'air sur cet espace de répulsion $h\,i$ K l, il sera détourné continuel-



lement d'une direction dans une autre par la force répulsive, & décrira par conséquent une courbe $p\,q\,r$, jusqu'à ce qu'il sorte de cet espace sous le même angle en r, qu'il faisoit en sortant en p, & alors il continuera de se mouvoir dans une ligne droite $r\,s$, & c'est là le cours du rayon lorsque sa force progressive est foible, ou que la force de répulsion est assez grande pour l'empêcher d'entrer dans l'espace K $l\,m\,n$, car lorsqu'il entrera dans cet espace, au lieu d'être réfléchi il sera réfracté dans le milieu dense, en effet il y a

toûjours quelque partie de la Lumiere qui eſt réfléchie, le reſte réfracté par toutes les ſurfaces tranſparentes, Phénomene dont la cauſe a été conſidérée par Mr. Newton, pag. 253 de ſon Optique, édition Angloiſe; de-là il ſemble ſuivre que la puiſſance répulſive des milieux denſes eſt moins étendue ou plus foible que l'attractive; car ſi le pli du rayon produit par la puiſſance répulſive, n'étoit moindre que le pli contraire cauſé par l'attraction, la réfraction dans un milieu denſe, ne ſeroit pas toûjours faite vers la perpendiculaire, comme cela arrive toûjours. Nous devons obſerver encore que le rayon réfracté en traverſant la ſurface du milieu tranſparent, eſt plié en avançant & en arriere par un mouvement ſemblable à celui d'une anguille, & notre Auteur a remarqué cette même ſorte de mouvement dans ſon paſſage auprès des angles des corps. Il s'en ſuit encore que la force répulſive ne s'étend pas à une diſtance ſenſible du milieu, car ſans cela on éprouveroit une incurvation ſenſible dans cet eſpace, ce qui eſt contraire à l'expérience.



TRAITÉ D'OPTIQUE,

Où l'on donne les principes de la Dioptrique & de la Catoptrique.

DEUXIEME PARTIE.

THÉORIE DE LA LUMIERE.

CHAPITRE PREMIER.

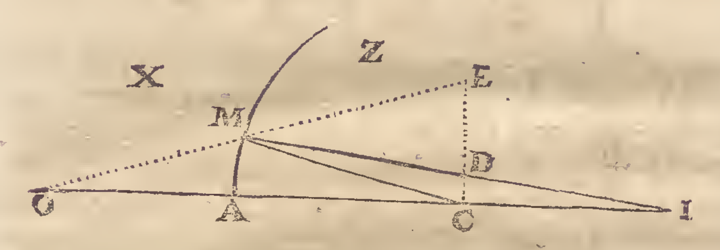
Détermination des foyers de toutes sortes de lentilles sphériques.

I.

PROBLEME I.

AM *représentant une surface sphérique quelconque, dont le rayon est* AC, C *le centre, & O étant supposé un point lumineux, dont les rayons* OM *qui arrivent à la surface* AM, *sont réfractés par un milieu donné z qu'on suppose séparé du milieu*

milieu X *où est le point lumineux par la surface* AM, *on demande le point où les rayons quelconques* O M *supposés peu écartés de l'axe* OC, *vont se réunir sur cet axe.*



Ayant tiré du point quelconque M au centre C le rayon MC, élevé sur MC la perpendiculaire CE & divisé cette perpendiculaire, en sorte que CE soit à CD comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction; je dis que le rayon MDI pourra être pris sans erreur sensible pour celui qu'est devenu le rayon OM après sa réfraction en M, car comme l'angle d'incidence est très-petit par l'hypotese, & par conséquent aussi l'angle de réfraction, les sinus de ces deux angles seront sensés en même proportion que leurs tangentes; or si c'étoit leurs tangentes qui dussent être en raison constante, par le principe fondamental de la réfraction, MD seroit Géométriquement la position du rayon rompu : donc à cause de la petitesse des angles EMC, DMC, qui rend comme nous le venons de dire, insensible la différence de proportions entre les sinus & les tangentes, MI sera sans erreur sensible la position du rayon rompu.

Cela posé, soit . . . . $OA = b$

. . . . $AC = a$

Le petit arc . . . . $AM = \alpha$

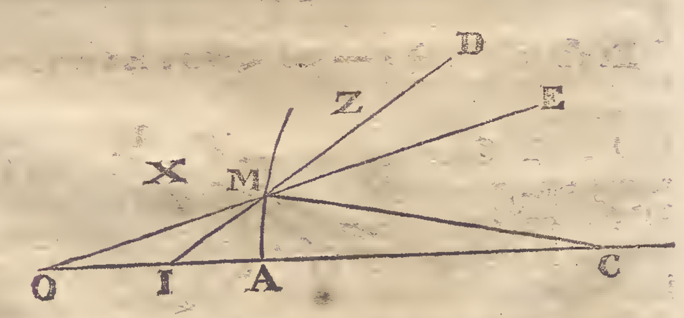
On aura en regardant OAM, OCE, comme deux triangles semblables $CE = \frac{b+a}{b}\alpha$, & par conséquent $CD = \frac{mb + ma}{b}\alpha$, & prenant ensuite MAI, & DCI pour deux autres semblables; on aura $MA - CD : AC = MA : AI$, ...

ou bien $\frac{1 - m.b - ma}{b}\alpha : a = \alpha : \frac{ab}{1 - m.b - ma} = AI$, distance cherchée de la surface réfringente à la réunion des rayons partant de O.

(x étant 1 à m le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction)

II.

Dans cette supposition en partant de la figure que nous y avons employée, nous avons supposé $m < 1$,

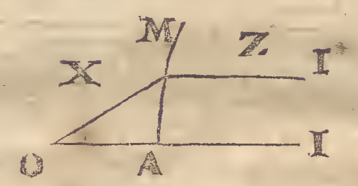


c'est-à-dire que le premier X milieu, étoit moins dense

que le fecond Z. Toute la différence qu'il y auroit, fi au contraire le fecond milieu Z étoit plus rare que le premier X, c'eft que la valeur de AI feroit négative, & que le point I feroit de l'autre côté de A vers O, comme dans la préfente figure.

III.

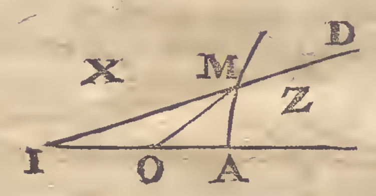
En fuppofant toûjours comme dans l'article I, $m < 1$, fi la proportion de b à a eft telle que $\overline{1 - m}.b = m\,a$;



il eft évident que le foyer fera à une diftance infinie, ou ce qui revient au même que tous les rayons OM fe rompront parallelement à l'axe.

IV.

Et s'il arrive que $\overline{1 - m}.b < m\,a$, AI deviendra né-



gative, & l'on en devra conclure que les rayons OM

après leur réfraction, ne rencontrent point l'axe du côté du milieu Z; mais que leur prolongement du côté du premier milieu, se rencontreroient en I.

V.

Probleme II.

Les mêmes choses étant posées que dans le problême précédent, soit imaginé que le milieu Z *soit terminé par une autre surface sphérique* KNB *d'un diamétre quelconque, & qui soit coupé perpendiculairement ainsi que la premiere par l'axe* OABC; *on demande le point où se réuniront tous les rayons partants de* O, *qui après avoir été rompus en passant du premier milieu* X *dans le milieu* Z *à leur rencontre sur la surface* AK, *se rompront une seconde fois en passant du milieu* Z *dans le même milieu* X *supposé derriere la surface* BNK.

Ayant toûjours comme ci-dessus . . . . OA $= b$

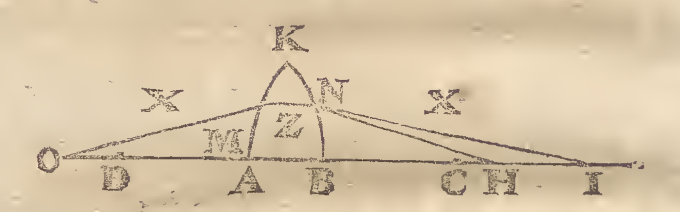
. . . . CA $= a$

On fera de plus . . . . BD $= c$

Et comme le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, étoit celui de 1 à m en passant du milieu X dans le milieu Z, le rapport de m à 1 sera celui de ces mêmes sinus en repassant du milieu Z dans le milieu X. Enfin la distance AH ou BH (regardant l'épaisseur comme infiniment petite) de la lentille AMKNB au foyer cherché, on la fera . . . . $= z$

Regardons maintenant ce foyer cherché comme un point lumineux qui envoye des rayons HN sur la surface BNK, lesquels après s'être rompus suivant la di-

rection N M dans le milieu Z, auroient tous leur prolongemens NI; concourants en un point I sur l'axe



ABH prolongé, & remarquons que ce point doit être le même que le foyer des rayons OM venus de O dans le milieu X & rompus en M suivant MN.

Cela supposé nous aurons par le problême précédent en substituant c au lieu de a & z au lieu de b, nous aurons, dis-je, $\frac{cz}{\overline{1-m}.z-mc}$ pour la valeur de BI; mais comme suivant l'article IV, c'est alors le cas où la distance au foyer est négative, la valeur positive de BI sera $\frac{cz}{mc-\overline{1-m}.z}$, puisque le signe — de la valeur d'une ligne n'est propre qu'à apprendre le côté où doit être placé cette ligne, mais non sa longueur.

Egalant donc cette expression de BI à celle que l'on lui a trouvé dans le problême précédent, on aura $\frac{cz}{mc-\overline{1-m}.z} = \frac{ab}{\overline{1-m}.b-ma}$, d'où l'on tire $z = \frac{mabc}{\overline{1-m}.bc+ab-mac}$, formule générale par laquelle

on a les foyers de toute ſorte de lentille convexes, concaves, planes convexes, planes concaves, quelque ſoient les milieux dont elles ſont faites, & ceux dans leſquels elles ſont placées.

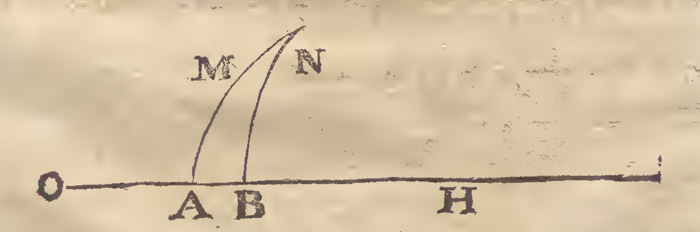
VI.

Comme le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, lorſque la Lumiere paſſe de l'air dans le verre, s'écarte peu du rapport de 3 à 2; beaucoup d'Auteurs ſe ſont contentés de prendre ce rapport à cauſe de la commodité dans les calculs, & en effet dans toutes les opérations qui ne demandent pas une grande délicateſſe comme dans celle où il eſt inutile d'avoir égard à la différence de réfrangibilité des couleurs, on peut ſans erreur ſenſible ſe contenter de ce rapport, le prenant donc pour le vrai, nous aurons pour la formule des foyers de toute ſorte de lentille de verre

$$Z \text{ ou } AH \text{ ou } BH = \frac{2abc}{bc + ab - 2ac}.$$

VII.

Si l'on veut que la lentille ſoit une meniſque AMNB,

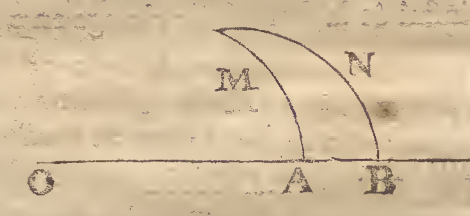


dont la convéxité ſoit tournée vers le point lumineux

O, il faudra faire c négatif dans la formule précédente, & elle deviendra AH ou Z $= \frac{-2abc}{-bc+ab+2ac}$ ou $z = \frac{2abc}{bc-ab-2ac}$, qui sera toûjours positive, tant que $b > \frac{2ac}{c-a}$, & au contraire.

VIII.

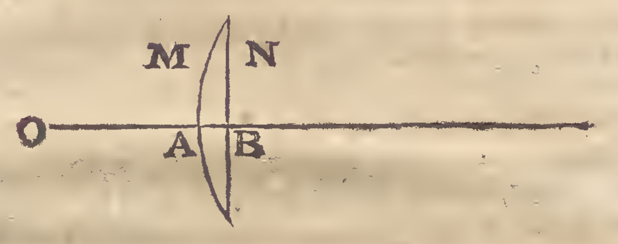
Si la ménisque AMNB a sa convéxité tournée du côté du point lumineux, *a* doit être alors positif & *c*



négatif, & la formule se change en $z = \frac{-2abc}{bc-ab+2ac}$ ou $z = \frac{2abc}{ab-bc-2ac}$, qui sera positive, toutes les fois que $b > \frac{2a}{a-c}$, & au contraire.

IX.

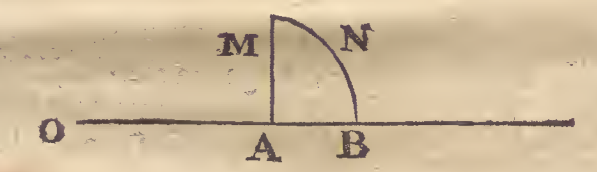
Si la lentille AMNB eſt un plan convexe dont la



convéxité ſoit tournée du côté du point lumineux; c eſt alors infini & la formule ſe change en $z = \frac{2ab}{b + 2a}$.

X.

Si AMNB eſt un plan convexe dont la ſurface plane ſoit tournée du côté du point lumineux, c'eſt alors a qui eſt infini, & la formule eſt $z = \frac{2bc}{b - 2c}$.



XI.

XI.

Et si dans l'un & l'autre de ce ces deux cas on fait $b = \infty$, c'est-à-dire qu'on suppose le point lumineux à une distance infinie, la formule devient $z = 2a$ pour le premier cas, & $z = 2c$ pour le second, qui apprend qu'alors la distance de la lentille au foyer est le double du rayon de la surface convexe, soit qu'elle soit tournée du côté du point lumineux, soit que ce soit le plan qui la regarde.

XII.

Si la lentille est concave des deux côtés, il faudra faire dans la formule générale de l'article VI, a & c négatifs, & alors la formule générale sera $z = \ldots \frac{2abc}{-bc - ab - 2ac}$, ou plutôt $z = \frac{-2abc}{bc + ab + 2ac}$, qui étant toûjours négative, apprend que de telles lentilles rendent toûjours ces rayons divergens, & que leur point de concours est nécessairement du même côté que le point lumineux.

XIII.

La lentille étant un plan concave, dont le plan soit tourné du côté du point lumineux, il faudra faire $a = \infty$ dans la formule précédente, & elle deviendra $z = \frac{-2bc}{b + 2c}$.

I

XIV.

Mais ſi c'eſt la partie concave qui eſt tournée du côté du point lumineux, ce ſera au contraire c qui ſera infini, & la formule ſera $z = \frac{-2ab}{b+2a}$.

XV.

Et dans l'un & l'autre cas ſi l'on fait $b = \infty$, c'eſt-à-dire que l'on ſuppoſe comme dans l'article XI que le point radiant ſoit à une diſtance infinie, z où la diſtance du verre au point de concours des rayons après leur double réfraction, ſera exprimée par $2a$ ou $2c$, c'eſt-à-dire qu'elle ſera double du rayon de la ſurface concave de quelque côté qu'elle ſoit tournée par rapport au point radiant.

XVI.

Lorſque la lentille ſera convexe des deux côtés, & que ſes deux ſurfaces auront été formées dans les mêmes baſſins, c'eſt-à-dire que leur rayon ſeront les mêmes, la formule générale de l'article V deviendra par cette égalité entre c & a, $z = \frac{mbaa}{\overline{1-m} . 2ab - maa}$; & en faiſant dans cette formule (ainſi que l'on a fait dans les articles VI, VII, &c.) $m = \frac{2}{3}$, elle ſe changera en $z = \frac{ab}{b-a}$, qui eſt toûjours poſitive tant que b eſt

plus grand que 2, c'eſt-à-dire que tant que la diſtance du point lumineux à la lentille ſera plus grande que le rayon de la ſphere du baſſin, dans lequel ont été formées les ſurfaces de cette lentille, le foyer ſera toûjours de l'autre côté de la lentille; ſi au contraire $b < a$, les rayons divergeront après les deux réfractions.

XVIII.

Si l'on fait dans cette derniere valeur de z, $b = \infty$, elle ſe réduira à $z = a$, c'eſt-à-dire que quand le point lumineux ſera à une diſtance infinie ou ſeulement très-grande, par rapport au rayon des ſpheres de cette lentille, le foyer ſera au centre ou extrêmement près du centre de la ſurface ſphérique tournée du côté du point lumineux. Ce point eſt celui qu'on appelle proprement le foyer de la lentille, les principaux uſages des lentilles étant pour des objets qui en ſont aſſez éloignés pour être ſuppoſés à une diſtance infinie; on appelle auſſi ce point, pour le diſtinguer plus particulierement des autres foyers, le foyer abſolu de la lentille.

XIX.

Si les deux ſurfaces ſuppoſées pareilles de la lentille étoient concaves, la formule générale des foyers ſeroit $z = \frac{-mbaa}{2ab\,\overline{1-m} + maa}$, quantité toûjours négative qui apprend que ces lentilles ſont toûjours divergentes.

XX.

Cette formule dans le cas du verre, c'eſt-à-dire lorſque $m = \frac{2}{3}$, devient $z = \frac{-ab}{b+a}$, quantité toûjours négative.

XXI.

Et dans le cas de $b = \infty$, c'eſt-à-dire lorſqu'on ſuppoſe le point radiant à une diſtance infinie on a $z = -a$, c'eſt-à-dire que la diſtance focale eſt dans ce cas comme dans celui des lentilles convexes égale au rayon. La ſeule différence eſt que dans les lentilles concaves les rayons au lieu de ſe réunir après la double réfraction, divergent de maniere que leur prolongement du côté du point radiant, vont ſe rencontrer au centre de la premiere ſurface.

XXII.

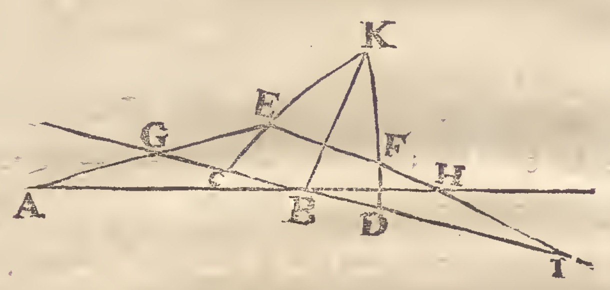
THE'OREME.

Suppoſant que la lentille CKD *dont les deux ſurfaces ſont égales, ſoit tellement placée à l'égard du point radiant* A, *que ſon axe* GI *faſſe un angle très-petit avec la droite* ABH *qui paſſe par le milieu de la lentille; je dis que le foyer* H *des rayons* AGE *partants de* A, *eſt ſur la droite* AB *à la même diſtance que ſi la lentille étoit perpendiculaire à* AH.

Pour le prouver ſoit fait comme dans l'article A B = b

Le rayon de la lentille . . . $= a$

Le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction . . . . . $= m$



La queſtion ſera réduite à faire voir que BH aura pour valeur . . $\frac{m a b}{1 - m . 2 b - m a}$;

ou ce qui revient au même en faiſant . . . . $BH = h$

que l'on aura entre h & b l'équation $2 (1 - m) b h = m a (b + h)$

ſoit pour y parvenir le ſinus du petit angle GBA . . . . $= \alpha$

La droite . . . . $GB = x$

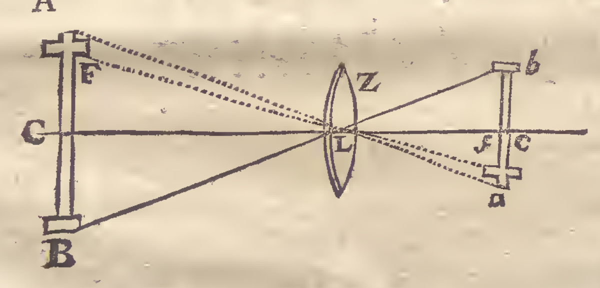
. . . . $BI = z$

Regardant alors le rayon AE comme partant de G, ſa rencontre avec l'axe GI de la lentille après la ſeconde réfraction ſeroit en I où BI, z auroit avec $GB = x$ la relation exprimée par l'équation $2 (1 - m) a z = m a (x + z)$, puiſque c'eſt le cas du problême où le point radiant eſt ſur l'axe même de la lentille ; mais à cauſe que l'angle GBA eſt très-petit, on peut ſuppo-

ſer que AG + GB = AB, c'eſt-à-dire que $b - x =$ AG, & l'on aura par ce moyen pour le ſinus de l'angle G, $\frac{b\alpha}{b-x}$, & pour celui de l'angle I, $\frac{c\alpha}{z-c}$, & comme la petiteſſe des angles G, I, & le peu de différence dont les angles GEF, EFI s'écartent chacun d'être égaux à deux droits, permet de ſuppoſer que le ſinus de l'angle G eſt au ſinus de l'angle I, comme BI eſt à BG; on aura $\frac{b\alpha}{b-x} : \frac{c\alpha}{z-c} = z : x$, d'où l'on tire $\overline{b+c} \,.\, xz = bc \,.\, \overline{x+z}$, qui étant diviſé par l'équation $2(1-m)\,xz = ma(x+z)$ donne $\frac{b+c}{2(1-m)} = \frac{bc}{ma}$, ou bien $2(1-m)\,bc = (b+c)\,ma$ comme on ſe propoſoit de le prouver.

XXIII.

Cette propoſition donne la maniere d'expliquer



comment les images qui ſont au-dehors d'une chambre obſcure, ſe peignent au-dedans & renverſés.

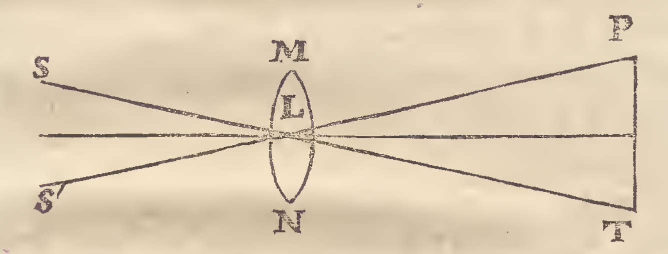
Car ſoit AB un objet qui vû du lieu où eſt la lentille, ne ſoutienne qu'un petit angle, & ſoit C le point de cet objet qui paſſe par l'axe de la lentille, *c* étant le foyer ou le point de concours de tous les rayons qui viennent de C, il eſt évident par la propoſition précédente, que le foyer des rayons venants de F, ſera très-proche de la ſection *a* de la droite F L *f*, & de la perpendiculaire *b c a*, élevée ſur la droite C *c* au point *c*, car l'axe C *c* faiſant un très-petit angle avec la lentille, la ligne F *f* différe très-peu en longueur de la droite C *c*. Suppoſons donc que A & B ſoient les extrêmités de l'objet ACB extérieur, & tirant les droites AL *a*, BL *b*; *b c a* repréſentera la peinture de cet objet dans la chambre obſcure tracée au foyer de la lentille ou plutôt au foyer du point C, ſi L' où l'objet a une diſtance comparable aux dimenſions de la lentille. Si au contraire comme il arrive preſque toûjours cette diſtance eſt ſi grande, qu'elle puiſſe être regardée comme infinie par rapport à la lentille, la place où il faudra recevoir la peinture de l'objet, ſera le foyer abſolu de la lentille, c'eſt-à-dire celui des rayons paralleles à l'axe.

Quant à la portion de la peinture de l'objet par rapport à celle de l'objet même, on voit bien qu'elle doit être renverſée, il ne faut que l'inſpection de la figure pour reconnoître cette vérité.

XXIV.

Lorſqu'on préſente une lentille au Soleil, l'eſpace occupé par les rayons qui viennent de tout ſon diſ-

que eſt un cercle entier, dont le diamétre PT eſt la baſe d'un triangle iſocelle, dont l'angle au ſommet eſt



au milieu de la lentille & eſt d'environ 32'; car ſi l'on imagine au point L deux rayons s'L, & s'L qui viennent des deux points les plus éloignés du diſque du ſoleil, ces deux rayons feront un angle d'environ 32' (en ſuppoſant le Soleil dans ſa moyenne diſtance) & par ce qui précéde, les foyers de tous les rayons paralleles à ces deux rayons, ſeront en P & en T.

XXV.

Si la lentille eſt plus grande que PT, c'eſt-à-dire ſi l'axe MN contient plus d'un demi degré, ainſi qu'on le pratique d'ordinaire, le cercle PT ſera le plus petit de tous ceux qu'on peut recevoir ſur un carton, ce qui fournit une maniere de reconnoître le foyer d'un verre, indépendamment de la plus grande intenſité de Lumiere qui eſt auſſi au même lieu.

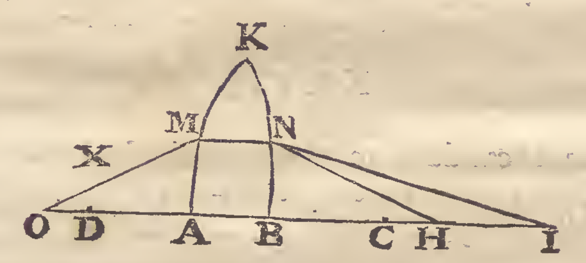
XXVI.

XXVI.

PROBLEME III.

Les mêmes chofes étant fuppofées que dans le Problême II, trouver le point de réunion des rayons venants de O, en ayant égard à l'épaiffeur du verre.

Nous avons négligé dans ce Problême l'épaiffeur AB du verre, parce que dans le cas des télefcopes,



chambre obfcure, & beaucoup d'autres cas d'optique, cette épaiffeur eft comme nulle en comparaifon de toutes les autres lignes confidérées dans le Problême, telles que la diftance des objets, le foyer de la lentille, le diamétre même de la lentille; mais comme il y a cependant quelques queftions où l'épaiffeur du verre n'eft pas négligeable, & eft même auffi confidérable que les autres dimenfions de la figure, nous allons pour plus grande généralité reprendre le Problême, avec cette confidération de plus, qui comme on va le voir, ne le rendra pas plus difficile par la méthode que nous avons fuivie.

Qu'on reprenne le Problême en entier, tel qu'il a été traité dans l'article V jusqu'à l'équation . . $\frac{cz}{mc-(1-m)z} = \frac{ab}{(1-m)b-ma}$, & l'on verra qu'en nommant d, l'épaisseur AB de la lentillle, on aura au lieu de cette équation celle-ci, ... $\frac{cz}{mc-(1-m)z} + d = \frac{ab}{(1-m)b-ma}$, cela posé rien ne sera plus facile que de tirer de cette équation la valeur cherchée de z, laquelle sera . . . .

$$z = \frac{mabc - m(1-m)bcd + m^2 acd}{(1-m)bc - mac + (1-m)ab - (1-m)^2 bd + m(1-m)ad}.$$

XXVII.

Dans le cas du verre, c'est-à-dire lorsque $m = \frac{2}{3}$, on à BH ou $z = \frac{6abc - 2cbd + 4acd}{3bc - 6ac + 3ab - bd + 2ad}$.

XXVIII.

Et si les deux convéxités sont supposées les mêmes, c'est-à-dire que $a = c$, on a alors . . . .

$$z = \frac{6a^2 b - 2abd + 4a^2 d}{6ab - 6a^2 - bd + 2ad}.$$

XXIX.

Si l'on vouloit par exemple que la lentille fût une sphere, & qu'elle fût formée d'eau, on mettroit à la

place de m, la fraction $\frac{3}{4}$, qui eſt le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour l'eau, l'on feroit enſuite $\begin{matrix} d = 2a \\ c = a \end{matrix}$, & l'on auroit $BH = \frac{ab + 3a^2}{b - a}$.

XXX.

Si la ſphere étoit de verre, on auroit $m = \frac{2}{3}$, & toûjours $\begin{matrix} d = 2a \\ c = a \end{matrix}$, ce qui donneroit $z = \frac{ab + 4aa}{2b - a}$.

XXXI.

Et Si dans cette derniere formule on fait $b = \infty$, c'eſt-à-dire qu'on ſuppoſe le point lumineux à une diſtance infinie, on aura alors $z = \frac{a}{2}$, d'où l'on voit que le foyer abſolu d'une ſphere de verre, eſt à la moitié de ſon rayon.



CHAPITRE SECOND.

Des foyers de toutes ſortes de Miroirs ſphériques.

PROBLEME I.

TRouver le foyer F *des rayons* SM *paralleles entre eux, & réfléchits par une portion infiniment petite* AM *du cercle donné, dont le centre eſt* C, *& le rayon la*



droite AC *parallele aux rayons incidents* MS.

L'arc AM étant infiniment petit par l'hypotèſe, la queſtion ſe réduit à ſçavoir où le rayon MS après avoir été réfléchi par l'arc AM, rencontre l'axe AC.

Tirant donc le rayon MC & faiſant l'angle CMF égal à l'angle SMC, la ſection F de MF & de AC, ſera le foyer cherché, or à cauſe de l'égalité des angles SMC, MCF, on aura CMF = MCF, & par conſéquent MF = FC; mais la petiteſſe de l'angle C & de l'angle M, rend la ſomme des deux côtés MF, FC égale, à un infiniment petit du deuxiéme ordre

près, à MC ou AC, donc FC eſt la moitié de AC, donc le foyer d'un arc infiniment petit eſt toûjours placé à la moitié de ſon rayon.

II.

Quoique cette propoſition ne ſoit exactement vraye que dans le cas de l'arc AM infiniment petit, il eſt évident qu'elle ne donnera qu'une erreur inſenſible, lorſque l'arc AM ſera de très peu de degrés, comme ceux que l'on donne ordinairement aux miroirs ardents, & ſur tout aux miroirs employés pour les téleſcopes, dans tous ces cas on peut donc dire ſans s'écarter ſenſiblement de la vérité que le foyer dés rayons paralleles à l'axe du miroir, eſt à la moitié de ſa diſtance au centre ou au quart du diamétre: nous verrons dans le Chapitre ſuivant de combien on peut ſe tromper par une pareille ſuppoſition.

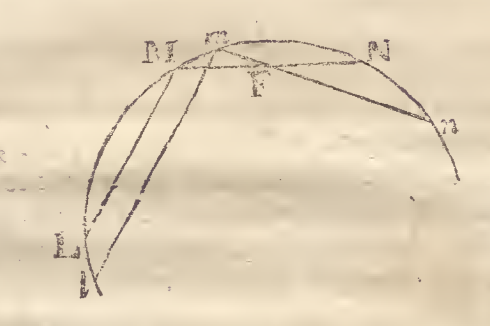
III.

PROBLEME II.

Trouver le foyer des rayons paralleles tombant obliquement ſur un arc de cercle infiniment petit.

Soient ML & *m l* deux rayons incidents qui frappent les extrêmités M & *m*, de l'arc donné M *m*; ſoit de plus le rayon MN le rayon réfléchi qui ſe trouve en prenant la corde MN = ML; il ne s'agit pour réſoudre le Problême propoſé, que de trouver la rencontre de cette corde MN avec la corde *m n* priſe pareillement

égale à la corde ml; or comme par l'égalité de l'arc ML à MN, & celle de ml à mn, on a néceſſaire-



ment $Nn = 3\ Mm$, il eſt évident par la reſſemblance des triangles MmF, FNn, que mF ſera égal au tiers de Fn, ou FM de FN, ou ce qui revient au même que MF ſera un quart de MN, donc le foyer des rayons incidents quelconques, tombants ſur un arc de cercle infiniment petit & parallelement à un rayon donné de poſition, eſt toûjours au quart de la corde que coupe dans le cercle le rayon qui eſt le réfléchi du rayon donné. *

IV.

On voit par l'article précédent que ſi l'obliquité des rayons incidents ſur l'arc de cercle donné eſt conſidérable, pour peu que l'arc réfléchiſſant ſoit étendu, le rayon des foyers qui tombent ſur l'une de ſes extrêmités, ſera aſſez ſenſiblement éloigné du foyer de ceux qui tombent ſur l'autre extrêmité; mais ſi au contraire

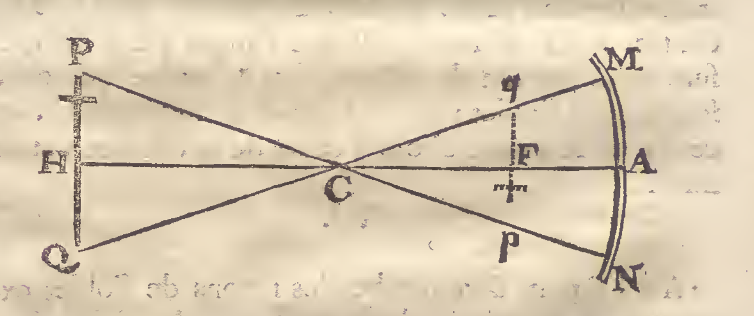
* la ressemblance des triangles, ou même l'égalité des rectangles MF.FN = mF.Fn donne MF : Fn :: mF : FN :: Mm : Nn :: 1 : 3. Donc MF = $\frac{1}{3}$ Fn, mF = $\frac{1}{3}$ FN. Or dans les triangles MFm, FNn les deux angles MmF, mMF sont ensemble 180°, et pareillement les deux angles FNn, FnN font la même somme; donc MFm = NFn est infiniment petit, et le point F est conséquemment à une distance finie des deux arcs

les rayons s'écartent peu d'être perpendiculaires au milieu de cet arc, tous les rayons réfléchis se rencontreront à très-peu de chose près au quart de la corde, qui est le rayon réfléchi du milieu de cet arc, ou ce qui revient au même, ils se rencontreront sur ce rayon réfléchi à une distance de l'arc réfléchissant qui est la même que lorsque les rayons tombent exactement perpendiculairement, puisque alors cette corde n'est pas sensiblement différente en longueur du diamétre.

V.

Si un miroir concave sphérique est présenté vis-à-vis un objet quelconque fort éloigné de ce miroir par rapport aux dimensions du miroir & de l'objet, l'on aura au quart du diamétre du miroir une image renversée & semblable à l'objet, laquelle sera formée par la réunion de tous les rayons qu'il envoye sur la superficie du miroir.

Soit MN le miroir concave qu'on suppose ne ren-



fermer qu'une petite partie de sa sphere, comme un

arcs infiniment petits Mm, Nn. Donc MF = Fm, et FN = Fn, et par conséquence MF = $\frac{1}{3}$ FN, et mF = $\frac{1}{3}$ Fn. Q.E.D.

On demontre d'une autre maniere la petitesse des angles MFm, NFn, parce que chacun d'eux a pour mesure la demi-somme des arcs Mm, Nn infiniment petits; et pareillement dans les triangles MmF, NnF les côtez MF, mF, et NF, nF sont des lignes finies tandis que les côtez Mm, Nn sont infiniment petits, à cause de la proportion entre les côtez des deux triangles et les sinus des angles opposez aux mêmes côtez

ou deux degrés, PQ l'objet propoſé regardé comme infiniment éloigné du miroir par rapport à ſes dimenſions, tels que ſont les objets de la campagne qui vont ſe peindre ſur un miroir placé dans une chambre; ſoit ſuppoſé encore que cet objet vû de la place où eſt le miroir, ne paroiſſe que ſous un petit angle, comme de 1 ou 2 degrés; cela poſé il eſt clair par l'article premier que les rayons qui partiront du point H que l'on ſuppoſe être celui qui répond perpendiculairement au milieu du miroir, iront ſe raſſembler au foyer F de ce miroir placé au quart de ſon diamétre.

Il eſt clair enſuite que pour avoir le point où ſe réuniront les rayons qui viendront d'un autre point *p* de l'objet donné, il faudra tirer par ce point *p* au centre C de la ſphere, une droite *p* CN, & prendre ſur cette droite la partie N*p* égale au quart du même diamétre de la ſphere; & comme il en eſt de même de tous les autres points de l'objet PQ, il eſt clair que la réunion des rayons venans de tous ces points, formera une image renverſée *pq*, ſemblable à l'objet lui-même & tracée ſur une petite portion de ſphere, dont C eſt le centre, & CF le rayon, & que l'angle *q*C*p* qui meſure cette portion de ſphere, ſera le même que celui ſous lequel l'objet réel PQ paroît vû du centre C, ou ce qui eſt la même choſe à cauſe de la diſtance vûe du miroir.

VI.

Ainſi ſi pour faire tomber les rayons de l'objet extérieur ſur le miroir placé dans une chambre, l'on n'étoit pas obligé de laiſſer la fenêtre ouverte, & ſi pour

pour appercevoir l'image tracé en F il ne falloit pas placer un plan qui couvrit le miroir, on formeroit aussi facilement la peinture des objets extérieurs par le secours des miroirs que par celui des lentilles employées ordinairement dans les chambres obscures; cependant quoique l'opération soit plus embarassante par ces difficultés, on peut aussi se servir des miroirs pour faire des représentations des objets extérieurs dans une chambre obscure; voici une des méthodes qu'on peut suivre alors.

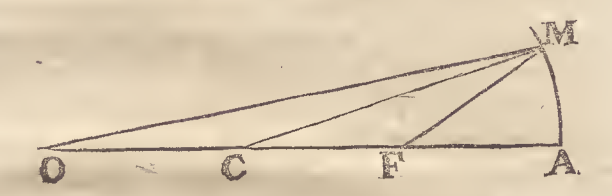
La chambre étant fermée à l'ordinaire, & ayant laissé un petit trou au volet, je présenterois un miroir plan à une certaine distance de ce trou, & je le disposerois de maniere à renverser tous les rayons qu'il recevroit sur un miroir concave placé plus loin dans la chambre, & exposé non perpendiculairement à ces rayons, mais peu écarté de cette direction; par ce moyen l'image que donne les rayons réfléchis au foyer de ce miroir, pourroit être assez distante du miroir plan, pour qu'on la reçût & qu'on la vit très-distinctement sur un carton placé à ce foyer.

VII.

PROBLEME.

Trouver sur l'axe AC *d'un miroir donné* AM, *dont on suppose toûjours que l'étendue est très-petite, le foyer des rayons qui partent d'un point quelconque* O *placé sur cet axe; soit comme ci-dessus tiré du point* O *un rayon incident quelconque* OM, *on aura son rayon réfléchi* MF *en faisant l'angle* CMF *égal à l'angle* CMO.

Pour trouver la rencontre F de ce rayon réfléchi & de l'axe AO, c'eſt-à-dire le foyer deman-



dé, on remarque que l'égalité des angles FMC, CMO donne OC : CF = OA : AF, d'où l'on tire

$$\ldots \quad AO - AC : AC - AF = AO : AF,$$

$$\text{ou } AO - AC : AO = AC - AF : AF,$$

$$\text{ou } \quad 2\,AO - AC : AO = AC : AF,$$

$$\text{ou enfin} \quad AF = \frac{AO \times AC}{2\,AO - AC},$$

valeur de la diſtance focale cherchée.

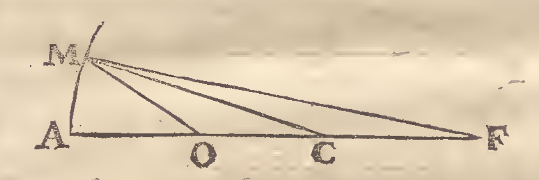
VIII.

Lorſqu'on préſentera à un miroir ſphérique un objet, qui vû de ce miroir n'occupera qu'un très-petit angle, il eſt clair que la propoſition de l'article priſe pour le cas où cet objet eſt à une diſtance infinie, aura également lieu dans celui où il eſt à une diſtance quelconque, c'eſt-à-dire qu'alors on aura encore une image ſemblable à l'objet & tracée ſur un plan, ou plutôt ſur une petite partie de ſphere concentrique au miroir, & paſſant par le foyer des rayons qui viennent du point

de l'objet qui répond au milieu du miroir.

IX.

Dans la figure que nous avons employée au problême de l'article VII, nous avons ſuppoſé que le point



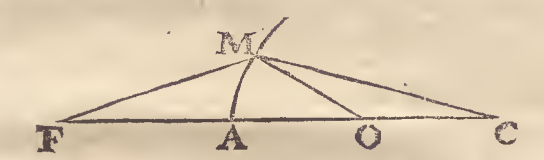
O étoit placé ſur l'axe plus loin du miroir que n'eſt le centre C; il eſt aiſé de voir que ſi ce point eſt plus près comme dans la figure préſente, la formule ſeroit encore la même $AF = \frac{AC \times AO}{2AO - AC}$; toute la différence, c'eſt qu'elle apprendroit que ſelon le rapport de AC à AO, ce foyer ſe trouveroit le foyer par de-là C ou de l'autre côté du miroir.

X.

Tant que AO eſt entre $\frac{1}{2}$ AC & AC, 2 AO — AC ſera poſitif & plus petit que AO, par conſéquent AF ſera plus grand que AC, & le foyer ſera de l'autre côté de C, mais toûjours du côté de la concavité du miroir.

XI.

Si au contraire AO eſt plus petit que $\frac{1}{2}$ AC, 2AO-AC devient négatif, partant les rayons deviennent di-



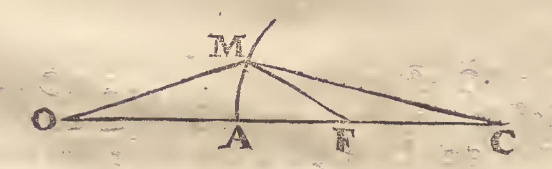
vergens & ne ſe réuniſſent que dans le prolongement du côté de la convexité.

XII.

Le ſeul cas de AO = $\frac{1}{2}$ AC, eſt celui où les rayons réfléchis ne ſe réuniſſent d'aucun côté, mais ſont au contraire tous paralleles à l'axe.

XIII.

Si le point radiant eſt du côté de la convéxité, la



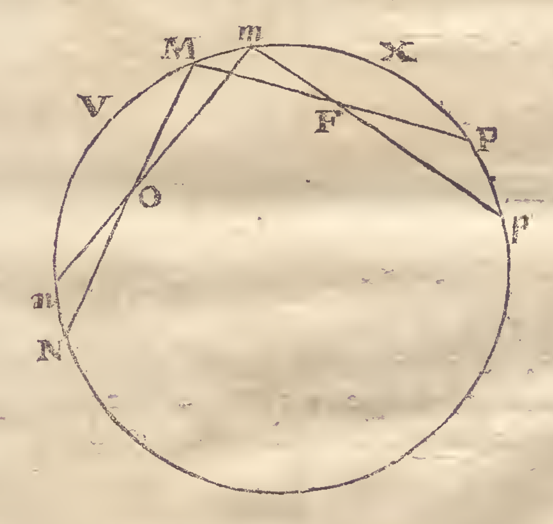
formule précédente ne ſe change qu'en y faiſant AO

négatif, & elle devient alors $\frac{-AO \times AC}{-2 AO - AC}$, ou . . $\frac{AO \times AC}{2 AO + AC}$, qui apprend que AF dont elle eſt la valeur, eſt dans ce cas toûjours poſitive & toûjours plus petite que $\frac{1}{2}$ AC, c'eſt-à-dire que le foyer de tous les points placé du côté de la convéxité, eſt toûjours du côté de la concavité, & placé entre la ſurface du miroir & le milieu de ſon rayon.

XIV.

Probleme.

Trouver le foyer des rayons qui partent d'un point



quelconque placé au-dehors ou au-dedans d'un cercle,

& qui vont tomber ſur un arc infiniment petit de ce cercle.

Que O ſoit le point donné M *m*, ce petit arc de cercle ſur lequel il envoye ſes rayons VMX, la circonférence dont cet arc eſt une partie infiniment petite en tirant de O aux points M & *m* les cordes MON, *m*O *n* & prenant enſuite les cordes MP, *m p* qui leurs ſoient égales, la rencontre F de ces deux dernieres cordes ſera le foyer cherché; or, de cette conſtruction qui donne l'arc $nVM = MXP$ & $mVn = mXp$ on tire $Mm - Nn = Pp - Mm$ ou $2Mm - Nn = Pp$, ou $\frac{Nn}{Mm} = \frac{Pp}{Mm}$, de laquelle à l'aide des triangles ſemblables M *m* O, *n* MO; & M *m* F, *p* PF, on tire $2 - \frac{ON}{Mo} = \frac{Fp}{MF}$, ou $2 = \left(\frac{MN - OM}{oM}\right) = \frac{MN - MF}{MF}$, qui donne la diſtance cherchée $MF = \frac{OM - MN}{4OM - MN}$.

XV.

Dans cette formule, ainſi que dans celle de l'article VII, ſi OM eſt plus petit que $\frac{1}{4}$ MN, MS devient négatif, ce qui apprend que les rayons réfléchis divergent alors, & que ce n'eſt que leur prolongement du côté de la convéxité qui ſe réuniſſent.

XVI.

Mais ſi OM eſt exactement le quart de la corde;

en ce cas les rayons réfléchis ne se réunissent d'aucun côté, mais sont paralleles entr'eux.

XVII.

Si le point radiant O est hors du cercle, c'est-à-dire si OM > MN, la formule précédente . . $\frac{OM \times MN}{4\,OM - MN}$, donnera toûjours la valeur de MF, & apprendra qu'en ce cas la longueur de cette droite sera nécessairement $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ de MN ou MP, tant que O sera hors du cercle, pourvû qu'il n'en soit pas à une distance infinie.

XVIII.

Mais si le point O étoit placé dans la circonférence même du cercle, MF seroit un tiers de MP.

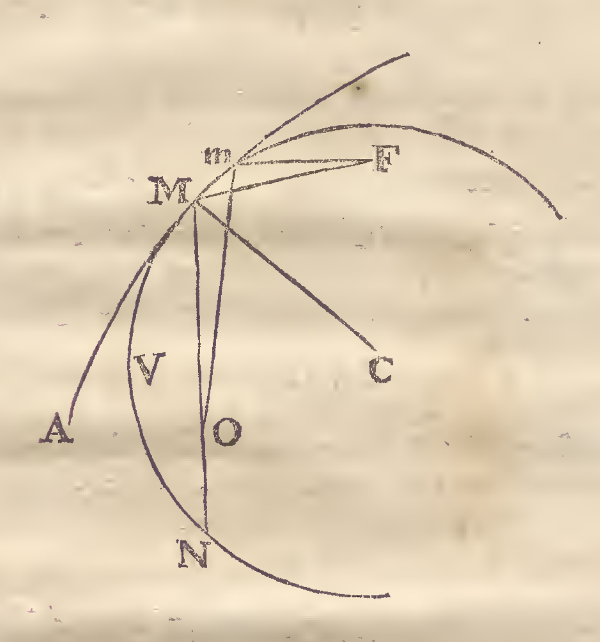
XIX.

Et s'il étoit à une distance infinie on trouveroit alors MF = $\frac{1}{4}$ MP, ainsi qu'on l'a déja vû dans l'article II qui se trouve le même cas que celui-ci.

XX.

On peut tirer facilement du Problême précédent la solution générale du Problême des caustiques par réfléxion pour toutes sortes de courbes données; car AM étant une courbe quelconque, & O le point radiant, pour trouver la caustique par réfléxion de cette

courbe, c'eſt-à-dire la ligne qui touche tous les rayons réfléchis MF, dont les rayons incidents OM partent



du point O, il eſt évident qu'il ſuffira de déterminer pour un rayon incident OM tiré à volonté, le point F de la cauſtique qui eſt la rencontre du rayon réfléchi MF avec ſon ſubſéquent F *m*; or ſi on fait paſſer par ce point M le cercle oſculateur NVM de la courbe donnée, & que l'on prolonge OM juſqu'à ce qu'il coupe le cercle en N; il eſt clair que l'on aura par l'article XIV la quantité cherchée $MF = \frac{OM \times MN}{4\,OM - MN}$.

XXI.

XXI.

Si l'on ne veut pas employer dans cette expreſſion la corde MN du cercle oſculateur ; mais au lieu de cette quantité le rayon R de ce cercle dont l'uſage eſt plus familier dans les courbes, on mettra à la place de MN, ſa valeur $2\,R\,\text{ſin}\,M\,m\,o$, & la formule deviendra par ce moyen $MF = \frac{OM \times R\,\text{ſin}\,M\,m\,o}{2\,OM - R\,\text{ſin.}\,M\,m\,o}$.

XXII.

Et ſi on fait comme à l'ordinaire $OM = y$, & $M\,o\,m = d\,x$, cette même expreſſion deviendra $MF = \frac{R\,y\,d\,x}{2\,d\,s - R\,d\,x}$, ou $\frac{y\,dy\,d\,x}{2\,y\,d\,s\;d\left(\frac{d\,x}{d\,s}\right) + 3\,d\,x\,dy}$ en mettant à la place de R ſa valeur ſi connue $\frac{y\,dy}{d\left(\frac{y\,y\,d\,x}{d\,s}\right)}$.



GHAPITRE TROISIEME.

Où l'on traite des aberrations qui sont produites dans les images par la sphéricité des miroirs & des lentilles, & où l'on donne la comparaison de ces aberrations avec celles qui viennent de la différence des réfrangibilités.

I.

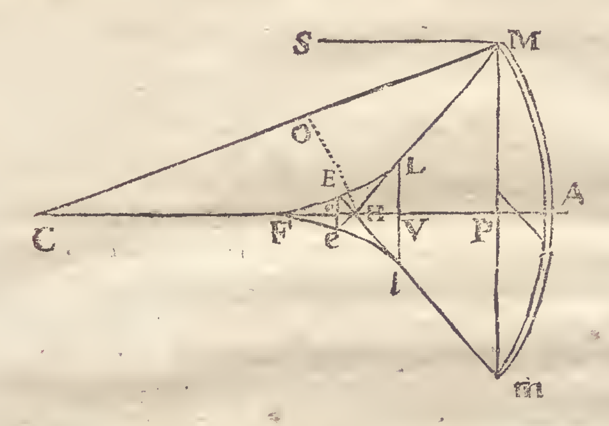
PROBLEME I.

AM *représentant un miroir sphérique, on demande à quelle distance* FH *de son foyer* F, *tombent les rayons réfléchis* HM *dont les rayons incidents* SM *sont paralleles à l'axe* CA *& en sont peu écartés.*

Soient fait le rayon CM . . . . $= 1$
Le sinus MP de l'arc AM . . . . $= x$
Et par conséquent CP . . . . $= \sqrt{1 - x^2}$

Les angles MCH & CMH étant égaux par la propriété de la réfléxion, on aura en abaissant HO perpendiculaire à CM, CO : CH = CP : CM, ce qui donnera $CH = \frac{1}{2\sqrt{1 - x^2}}$, & par conséquent pour la quantité cherchée FH, l'expression

$\frac{1}{2\sqrt{1-xx}} - \frac{1}{2}$, puiſque F eſt le foyer abſolu du miroir, ou celui des rayons infinimens voiſins de l'axe CP qui doit être à la moitié de CA.



Pour que l'expreſſion ſuivante qui conviendroit à tous les cas poſſibles d'ouverture du miroir, devienne plus commode dans le cas préſent où l'on ſuppoſe cette ouverture aſſez petite, nous transformerons par la méthode la formule ordinaire, $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, ou $\overline{1-x^2}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$ en ſérie, obſervant de ne prendre que les premiers termes, & par ce moyen nous aurons la valeur cherchée de $FH = \frac{1}{4}xx + \frac{3x^4}{16}$, dans laquelle non-ſeulement on a eu raiſon de négliger les termes ſuivants, mais qui pourront même être réduits à $\frac{1}{4}x^2$, à cauſe de l'exceſſive petiteſſe du terme $\frac{3x^4}{16}$, lorſque x eſt

d'une auſſi petite quantité que le ſinus de 1 ou de 2 degrés, arc que l'on donne à peine aux ouvertures des miroirs ordinaires.

II.

PROBLEME II.

On demande la partie de la cauſtique FL *qui répond à l'arc quelconque* AM *du miroir ſphérique donné.*

Il eſt évident qu'en prenant ſur le rayon réfléchi MH, la partie ML égale à $\frac{1}{4}$ de la corde entiere du cercle qui feroit le prolongement de MH, où ce qui revient au même en prenant ML $= \frac{1}{2}$ CP, L ſera le tiers des rayons réfléchis donnés par les rayons infiniments voiſins & paralleles à SM, & par conſéquent que *l* ſera le point de la cauſtique cherchée répondant au point M de l'arc donné AM.

Il ne s'agit donc plus maintenant que d'exprimer les coordonnées FV & VL qui répondent à ce point, c'eſt à quoi l'on parviendra aiſément de la maniere ſuivante, ajoutant CF $= \frac{1}{2}$, à la valeur $\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{16}x^4$, qu'on vient de trouver pour HF; on aura la valeur de CH ou de HM, de laquelle ſi on retranche ML $= \frac{1}{2}\sqrt{1 - x^2}$, ou (en négligeant les plus hautes puiſſances de x) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{16}x^4$, on aura HL $= \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$.

Or cette valeur de HL à l'aide des triangles ſemblables HLV, HMP donnera facilement la droite LV qui eſt l'ordonnée cherchée, & la droite HV qui ajoutée à FH, forme l'abciſe correſpondante FV;

quant à HM qui doit entrer dans les analogies que fourniffent ces triangles femblables, fa valeur ou celle de fon égale CH, vient d'être trouvée $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} x^2 + \frac{3}{16} x^4$, celle de HP fe trouve tout de fuite en retranchant CH de CP $= 1 - \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{8} x^4$, & elle eft par conféquent $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} x^2 - \frac{5}{16} x^4$; employant ces valeurs ainfi que celle de MP qui eft x, nous aurons VL $= x^3$, & HV $= \frac{1}{2} x^2 - \frac{3}{4} x^4$, en négligeant les puiffances de x qui feroient trop élevées, & en ajoutant HV à FH, on aura pour l'abcife cherchée .... FV $= \frac{4}{3} x^2 - \frac{9}{16} x^4 - \frac{5}{16} x^4$; on voit par ces expreffions des coordonnées de la cauftique en queftion, que quelque petite que foit l'abcife FV, lorfque l'arc AM à peu de degrés, l'ordonnée l'eft encore beaucoup davantage, puifque fa valeur eft d'un degré plus élevé.

III.

Qu'on fuppofe par exemple que x ou $0,02 = \frac{1}{40}$, ce qui répond à un miroir auquel on donnera 2° 41 d'ouveture, la valeur de LV fera alors 0, 000008, & FH, 0, 0003 en fuppofant qu'on néglige .... $\frac{9}{16} x^4$ ou 0, 00029991, en ne le négligeant pas (& cette petite différence montre combien peu il eft effentiel de ne le pas négliger) puifqu'elle fe réduit à environ $\frac{1}{3333}$ du rayon; donc fi ce rayon eft pris de deux pieds, la'bcife FV la plus grande de la cauftique pour cette étendue de miroir, fera de $\frac{1}{3333}$ du rayon ou de 0, 0846 *ligne.*, c'eft-à-dire moidre de $\frac{1}{11}$ de ligne, & l'ordonnée LV fera de 0, 002304 *ligne.*, ou environ $\frac{1}{434}$.

de ligne, & l'on voit bien que de ſi petites quantités ne peuvent pas nuire beaucoup dans la repréſentation de l'image.

IV.

Quant à la nature de la cauſtique dans cette petite partie que donne l'arc AM, on voit aiſément qu'elle peut être priſe pour une deuxiéme parabole cubique, en négligeant les termes où x aura la quatriéme dimenſion comme on le peut, à moins de pouſſer le ſcrupule juſqu'aux minuties, car dans cette ſuppoſition on auroit pour l'équation de cette courbe $FV = \frac{3}{4} LV^{\frac{2}{3}}$.

V.

Si les droites MLH, $m\,l$ H tangentes des cauſtiques égales FEL, $f\,e\,l$ & rayons réfléchis par les extrêmités M, & m du miroir ſont prolongées juſqu'à ce qu'elles coupent reſpectivement en e & en E ces mêmes cauſtiques, & que ſur la ligne E $o\,e$ qui joint E e comme diamétre, l'on trace un cercle ; il eſt clair que l'eſpace de ce cercle ſera le moindre de tous ceux qui peuvent recevoir tous les rayons réfléchis par le miroir lorſque les rayons incidents ſont paralleles à l'axe, en ſorte que le point o ſera le point qu'on pourra prendre avec le moins d'erreur poſſible pour le vrai foyer du miroir, & le cercle E $o\,e$ l'aberration de chaque point de l'image reçûe à cette diſtance ; en ſuppoſant l'objet infiniment loin du miroir & perpendiculaire à ſon axe. Il faudra donc ſi on veut avoir une idée juſte du degré de perfection ou d'imperfection

d'un miroir ſphérique, ſçavoir meſurer le diamétre de ce cercle d'aberration; pour y parvenir on nommera z le rapport du rayon oE de ce cercle à LV, ou ce qui revient au même, on nommera zx^3, cette ligne par l'équation précédente de la cauſtique FEL, on aura $Fo = \frac{3}{4} oE^{\frac{2}{3}}$, ou $\frac{3}{4} z^{\frac{2}{3}} x^2$, & par conſéquent oH qui eſt ..... FH $(\frac{1}{4} x^2)$ — Fo ſera $\frac{1}{4} x^2 - \frac{3}{2} x^2 z^{\frac{2}{3}}$; mais cette droite oH eſt à oE comme HP à PM, ou $\frac{1}{2}$ à x, on a donc l'équation $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} z^{\frac{3}{2}} = z$, d'où il eſt aiſé de tirer $z = \frac{1}{8}$, donc le rayon cherché du cercle d'aberration a pour expreſſion $\frac{1}{8} x^3$, c'eſt-à-dire le cube de la demi largeur du miroir diviſé par 8 fois le quarré de ſon rayon; quant à l'eſpace de ce cercle il eſt clair qu'il ſeroit en raiſon directe de la ſixiéme puiſſance de l'ouverture, & inverſe de la quatriéme de ſon rayon.

VI.

Dans l'exemple précédent d'un miroir de deux pieds de rayon & de $2^{\circ} 4'$ d'ouverture ou environ, le rayon du cercle d'aberration ſeroit à peu près $\frac{1}{3472}$ de ligne, c'eſt-à-dire que chaque point de l'objet préſenté à une diſtance comme infinie de ce miroir, au lieu de ſe peindre en un point mathématique, donneroit un point phyſique dont le diamétre ſera $\frac{1}{1736}$ de ligne.

VII.

Comme la réfléxion de la lumiere ne dépend pas

ainsi que sa réfraction de la couleur du rayon, & qu'elle ne le décompose pas non plus; l'examen précédent suffit pour connoître toutes les aberrations qui peuvent se trouver dans les images données par les miroirs; mais celles des images produites par la réfraction des lentilles demandent un double examen, celui qui dépend de la sphéricité, & celui qui vient de la différente réfrangibilité des rayons. M. Newton qui a le premier reconnu cette cause d'aberration, a trouvé qu'elle étoit beaucoup plus considérable que la premiere *o* K, a enseigné dans son Optique qu'elle étoit leur proportion, mais il n'a donné que le résultat de son calcul sans faire part de sa méthode. Nous allons en donner ici une analise, dont la simplicité pourra faire plaisir au Lecteur; on n'y prendra pour exemple qu'une seule lentille, plan convexe, parce que les résultats seront suffisants pour les propositions à établir, & que le calcul des autres lentilles compliqueroit le calcul inutilement pour le but que nous avons.

VIII.

Lemme I.

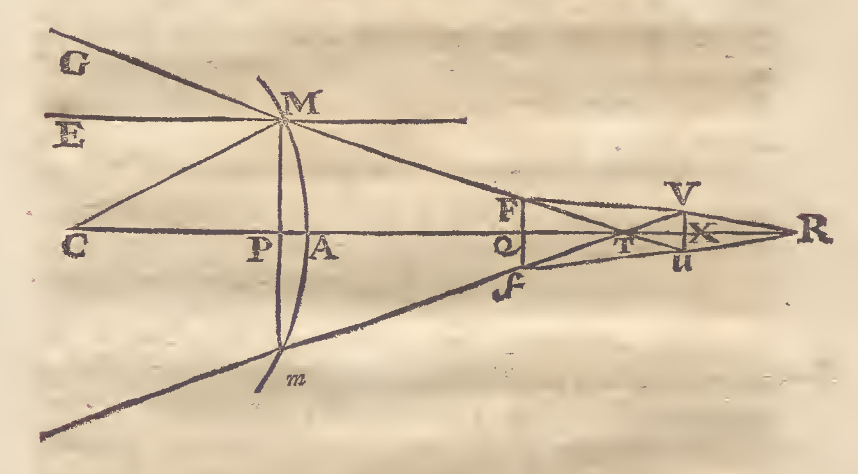
Si la tangente d'un angle A est t, & que celle d'un autre angle B soit t', la tangente de l'angle égal à l'angle A moins l'angle B sera $\frac{t - t'}{1 + tt'}$, le rayon étant l'unité. Ce Théoreme qui a été employé par plusieurs Géométres, & entr'autre par Mrs. Clairaut & Euler, n'a pas besoin d'être démontré ici.

IX.

IX.

PROBLEME.

La lentille plan convexe X étant présentée à des rayons EM paralleles entr'eux & perpendiculaires à sa surface plane, on demande la caustique FV touchée par tous les rayons MF qui la sont les réfractés des rayons EM, dont la direction n'a point été rompue à la premiere surface, mais seulement à la surface sphérique MAM.



Soit fait . . . . CA = 1

. . . . PM = x

La proportion du sinus d'incidence EMC au sinus de l'angle de réfraction GMC, celle de n à 1.

Par ce moyen x est le sinus de l'angle d'incidence,

& $n\ x$ de l'angle de réfraction, donc $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$ eſt la tangente de l'angle d'icidence, & $\frac{nx}{\sqrt{1 - n^2 x^2}}$, celle de l'angle de réfraction.

Et à cauſe que x eſt toûjours ſuppoſé une petite quantité, nous mettrons à la place de $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$, ſa valeur approchée qui eſt $x + \frac{x^3}{2}$, & à la place de $\frac{nx}{\sqrt{1 - nnxx}}$, la quantité $n\ x + \frac{n^3 x^3}{2}$ qui ſont égales aux premieres en négligeant les termes affectés de x^5, &c.

Subſtituant donc pour t, & pour t' ces deux valeurs dans l'expreſſion $\frac{t - t'}{1 + tt'}$, on aura $\frac{\overline{n - 1}.x + \frac{\overline{n^3 - 1}.x^3}{2}}{1 + nxx}$ pour la tangente de l'angle GMC — EMC, c'eſt-à-dire de EMG, ou de MTP, en ſuppoſant qu'on néglige les termes trop élevés pour apporter aucune erreur ſenſible dans le cas préſent : ſoit maintenant ſuppoſé que le point R ſoit celui où la cauſtique cherchée touche l'axe, c'eſt-à-dire le foyer abſolu de la lentille plan convexe, on aura par les formules du Chapitre I de cette partie $AR = \frac{1}{n - 1}$, ſoit de plus nommée u, la diſtance de ce point R au point T où le rayon réfracté MT rencontre l'axe PT, ou AR + AP — TR,

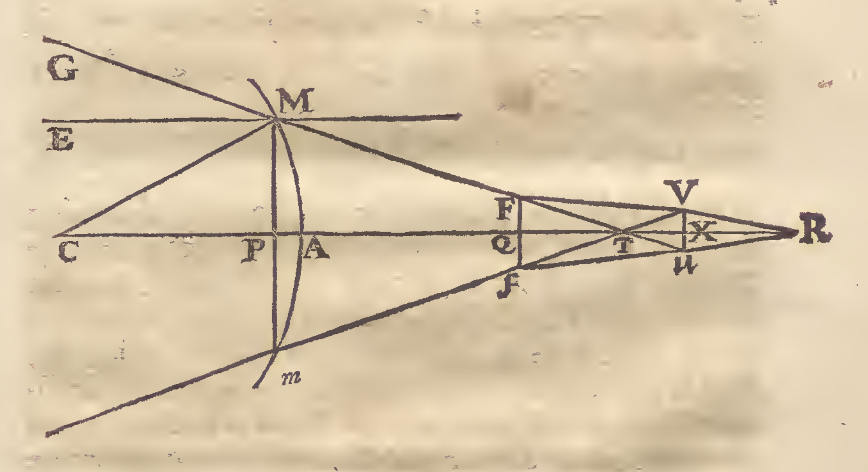
ſera ainſi $= \frac{1}{n-1} + \frac{xx}{2} - u$, d'où $\frac{PM}{PT}$, où la tangente de l'angle MTP, aura pour valeur . . . .

$$\frac{x}{\frac{1}{n-1} + \frac{xx}{2} - u}$$

, qui étant égalée à l'expreſſion précédente $\frac{\overline{n-1}\cdot x + \frac{\overline{n^3-1}\cdot x^3}{2}}{1+nxx}$, donnera . . . .

$$x + nx^3 = x + \frac{n-1}{2}x^3 - \overline{n-1}\,xu + \frac{nn+n+1}{2}x^3,$$

d'où l'on tire en négligeant ce qui peut être négligé TR ou $u = \frac{nn\,xx}{2n-2}$.



Mais comme la cauſtique FR qui touche ſon axe RQ en R, peut être priſe pour un arc de la parabole du

même degré qu'elle, il ſuffira de ſçavoir ce degré, pour connoître QR par TR puiſque ces deux lignes ſont en raiſon conſtantes dans toutes les paraboles.

Or QR & QT étant de même ordre que TR, c'eſt-à-dire de l'ordre x^2, QF ſera néceſſairement de l'odre x^3, puiſque MTA eſt un très-infiniment petit angle de l'ordre x; donc la cauſtique en queſtion peut être priſe pour une ſeconde parabole cubique; donc QR ſera triple de TR, & aura par conſéquent pour valeur $\frac{3\,n\,n\,x\,x}{2\,n - 2}$, & c'eſt la valeur de l'abciſe de la cauſtique cherchée, QT ſera par la même raiſon $\frac{n\,n\ \ x\,x}{n - 1}$; & comme il eſt en même proportion à QF, que PT ou AR à PM, on aura . . . .
$\frac{1}{n - 1} : x = \frac{n\,n\,x\,x}{n - 1} : n\,n\,x^3 = $ QF; valeur de l'ordonnée de la cauſtique, ainſi le problême eſt entierement réſolu.

X.

Pour calculer maintenant quelle eſt l'aberration dans le foyer cauſée par la ſphéricité de la lentille MA*m*, dont nous ſuppoſons que M *m* ſoit la plus grande largeur, nous prolongerons ainſi que nous avons fait dans le cas de la cauſtique par réfléxion article V, MT & *m*T juſqu'à ce qu'elles rencontrent les cauſtiques égales FVR, *fu*R & alors V *u* ſera le diamétre du plus petit cercle dans lequel ſe réuniſſent les rayons de la lentille, c'eſt-à-dire le centre du cercle d'aberration Quant à la meſure de ce diamétre, il eſt aiſé de prou-

ver qu'elle est la huitiéme partie de Ff, & la démonstration qu'on a employée pour la caustique par réfléxion article V, auroit également lieu ici; on peut encore s'en assûrer de la maniere suivante, supposant qu'en effet V$u = \frac{1}{8}$Ff, il en suit que TX $= \frac{1}{8}$QT, & partant $= \frac{1}{12}$QR, puisque QT $= \frac{2}{3}$QR; mais si TX $= \frac{1}{12}$QR, XR sera $\frac{1}{4}$QR; & si le point V est à la deuxiéme parabole cubique FVR, il faut que $QR^3 : QF^2 = RX^3 : VX^2$, c'est-à-dire . . . . $QR^3 : QF^2 = \frac{1}{64} QR^2 : \frac{1}{64} QF^2$, donc &c. *c. q. f. d.*

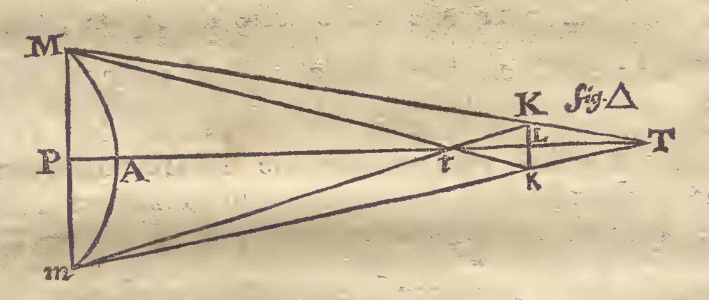
XI.

Donc en reprenant les mêmes dénominations que dans le problême précédent IX, le rayon du cercle d'aberration pour une seule sorte de rayons, sera $\frac{nn}{8} x^3$; ainsi en prenant le même exemple que nous avons choisi pour les miroirs sphériques, c'est-à-dire une portion de sphere d'environ 2° 4′ dont le rayon est 2 pieds, nous aurions pour le rayon du cercle d'aberration (n étant fait $= \frac{3}{2}$) $\frac{9}{32} \times \frac{1}{125000} \times 288$ lignes, c'est-à-dire 0,000648 *ligne.*, ou $\frac{1}{3543}$ de ligne.

XII.

Afin de comparer maintenant l'aberration produite dans les images, par la différence de réfrangibilité avec celle qu'on vient de calculer donnée par la seule sphéricité, nous nommerons n la réfraction des rayons rouges les moins réfrangibles de tous, & m celle des

rayons violets qui le sont le plus; & supposant en ce cas que tous les rayons d'une même couleur se réunissent au même foyer, supposition qui est vraie pour les lentilles infiniment petites & suffisamment exactes, ainsi que nous venons de nous en assurer pour celles qui sont simplement très-petites, nous aurons par les formules du Chapitre premier, les foyers T & t de ces deux couleurs, & par conséquent leurs distances qui sera $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{m-1} = \frac{m-n}{n-1 . m-1}$, & en prolongeant les rayons mt, Mt jusqu'à ce qu'ils rencontrent les rayons MT, mT, il est évident que K k sera le diamétre du plus petit cercle d'aberration; or à



cause de la petitesse de l'angle tMT, on pourra regarder LT comme la moitié de Tt, d'où l'on aura KL par cette proposition . . . .

$$PT\left(\frac{1}{n-1}\right) : PM\ (x) = TL\left(\frac{m-n}{2 . n-1 . m-1}\right) : KL,$$

dont la valeur sera ainsi $\frac{m-n . x}{2 . m-1}$.

Donc le défaut qui vient de la ſphéricité des verres, eſt à celui que produit la différence de réfrangibilité, comme $\frac{nn}{8}x^3 : \frac{m-n}{2m-1} \cdot x$, ou comme . . . .

$nnxx : \frac{4 \cdot \overline{m-n}}{m-1}$ en ſuppoſant que les rayons d'une ſeule couleur que l'on employeroit dans le premier cas fuſſent les rouges, & cette proportion feroit celle de $\frac{\overline{n+m}^2\, x^2}{4}$ à $\frac{4\, \overline{m-n}}{m-1}$, ſi l'on vouloit que les rayons admis dans le cas d'une ſeule réfrangibilité fuſſent ceux de la réfrangibilité moyenne entre les rouges & les violets, ſuivant les expériences de M. Newton; n rapport du ſinus d'incidence & de réfraction pour les rayons rouges eſt 1, 54, & m celui des rayons violets eſt 1, 56, ainſi que nous l'avons déja dit, premiere Partie, Chapitre 2, Article XIII. Subſtituant donc ces valeurs dans la proportion précédente, elle deviendra celle de $(1,55)^2\, x^2$ à $\frac{4 \times 0,02}{0,56} = \frac{1}{7}$, ou de $16,8175\, x^2$ à 1; ainſi l'on voit que lorſque l'ouverture x de la lentille ſera une très-petite quantité, comme elle ne manque pas de l'être, l'aberration cauſée par la ſphéricité ſera très-petite en comparaiſon de celle qui vient de la différence de réfrangibilité.

XIII.

Et la petiteſſe de cette proportion, ſera proportio-

nelle au quarré de l'ouverture de la lentille.

XIV.

Si l'on ſuppoſe comme nous avons fait dans le cas du miroir que x ſoit $\frac{1}{50}$, c'eſt-à-dire que la portion de ſphere occupée par la lentille d'environ 2° 5′, nous aurons pour la proportion précédente celle de $\frac{16,8175}{2500}$ à 1, ou celle de 6727 à 1000000, c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'aberration dûe à la ſphéricité, ne ſeroit qu'environ la 148e partie de celle qui ſeroit produite par la différence de réfrangibilité.

Ainſi dans toutes les images données pour des lentilles de verre, on néglige l'aberration qui vient de la ſphéricité, & l'on ne fait attention qu'à celle que produit la différence de réfrangibilité; quant à la meſure de cette aberration elle eſt donnée par la petite ligne KL qu'on vient de calculer, & l'on voit par ſa valeur $\frac{\overline{m - nx}}{2m - 1}$, qu'elle eſt proportionelle à l'ouverture de la lentille.

XV.

Cette expreſſion de KL que nous n'avons trouvée dans l'article XII, que pour les lentilles plans convexes, ſeroit également applicable aux lentilles ordinaires compoſées de deux ſurfaces ſphériques égales & ſemblables, car en ce cas PT & TL étant chacune doubles de ce qu'elles étoient dans l'article XII, KL ſeroit de même valeur.

XVI.

XVI.

En ſubſtituant dans la valeur précédente pour m & n les valeurs 1, 54 & 1, 56 données dans l'article XII, cette formule $\frac{m-nx}{2(m-1)}$, ſe réduira à $\frac{1}{56}x$, qui apprend donc que le rayon du cercle d'aberration que chaque point de l'objet donne dans ſa peinture au foyer de la lentille, eſt égal à $\frac{1}{56}$ de la largeur de cette lentille; & comme le remarque M. Newton, il eſt étonnant qu'avec un ſi grand écartement de rayons on ne voye pas l'image beaucoup plus confuſe qu'elle ne le paroît. La raiſon qu'il en donne eſt fort ſenſible, c'eſt que quoique le cercle d'aberration qui tient lieu de l'image d'un ſeul point ſoit de cette étendue, lorſqu'on embraſſe tous les rayons dont la Lumiere eſt compoſée; il y a une partie de ces rayons dont l'effet eſt ſi foible, qu'on peut n'y faire pas d'attention, en ſorte que s'arrêtant aux foyers extrêmes des couleurs les plus fortes, leur milieu eſt beaucoup moins éloigné des extrêmités, & le vrai cercle d'aberration compoſé des places où aboutiſſent les rayons les plus vifs, ſe trouvent conſidérablement diminués.



CHAPITRE QUATRIEME.

Des Arcs-en-Ciel.

I.

TOut le monde ſçait que la cauſe des Arcs-en-Ciel * n'eſt autre choſe que la réfraction des gouttes de pluye dont chacune fait le même effet que le

*En donnant la Théorie de l'Arc-en-Ciel & l'explication Phyſique de ce Phénomene dans les principes adoptés des Phyſiciens d'après l'expérience, l'on n'a point prétendu en faire remonter la premiere apparition au-delà du tems où Moyſe nous apprend que Dieu poſa ſon ſigne dans les nuages. Je mettrai mon arc dans les nues, dit le Seigneur, par ces paroles de la Geneſe, Chapitre 8. ℣. 13. *Arcum meum ponam in nubibus & erit ſignum fœderis inter me & inter terram.* (A) Dom Calmet obſerve à l'interprétation de ce paſſage, comme on peut en juger par ſes paroles, qu'il doit y avoir eu des Arcs-en-Ciel avant le déluge ; mais ce n'eſt point aux hommes à fixer de pareilles époques quand la lettre de l'Ecriture eſt auſſi claire, outre la poſition différente de la terre dont parle le Sçavant Bénédictin, poſition qu'on ne peut admettre d'après l'Ecriture, la propriété réfringente de l'eau pouvoit avoir été ſuſ-

* GENESE.

(A) *Commentaire de Dom Calmet. Je mettrai mon Arc dans les nues. L'Hébreu & les Septantes. Je mets mon Arc, &c. Ce qui ſemble inſinuer qu'auparavant il n'y étoit point ; mais à moins que la terre n'ait été dans une ſituation à l'égard du Soleil, différente de celle où elle eſt aujourd'hui, on ne peut défendre ce ſentiment, l'Arc-en-Ciel paroiſſoit néceſſairement, &c.*

prisme, en séparant les différentes couleurs qui composent les rayons du Soleil, une boule de verre pleine d'eau suspendue à un lustre, a donné la premiere idée de l'explication de ce Phénomene, ayant le dos tourné au Soleil & étant placé à un certain point du vertical qui passe par la boule & le Soleil; on voit dans la direction de son œil à la boule une image colorée qui ressemble exactement à une petite tranche de l'Arc-en-Ciel, il étoit donc aisé de penser après une telle observation, que l'air étant rempli pendant la pluye de petits globules de même nature que la boule du lustre, c'est-à-dire transparentes & réfléchissantes, tous ceux de ces globules qui étoient dans la même position par rapport à l'œil & au Soleil, devoient donner chacun une pareille image, & que la réunion des images devoit former une bande circulaire ayant l'œil pour son centre; mais s'il étoit aisé avec une connoissance superficielle de l'Optique, de sçavoir à quoi attribuer un tel Phénomene, il ne l'étoit pas également d'en déterminer toutes les circonstances, comme de sçavoir à quelle hauteur l'Arc-en-Ciel doit paroître lorsque celle du Soleil est donnée, pour quoi on n'en voit point lorsque le Soleil est à une certaine hauteur; quelle étendue doit avoir l'Arc-en-Ciel lorsque sa hauteur est donnée? Quelle distance il doit y avoir entre le premier Arc-en-Ciel & le second; en

pendue par le doigt de Dieu jusqu'au moment du déluge; il peut n'être point tombé de pluye, où elle a pû ne tomber que dans certaines circonstances; enfin sans parcourir ici l'immense espace des possibilités, qu'il nous suffise d'avoir été positivement instruits par les Livres sacrés sur la premiere apparition du Phénomene, comme il nous suffit à présent de connoître la Théorie de la réfraction pour l'expliquer.

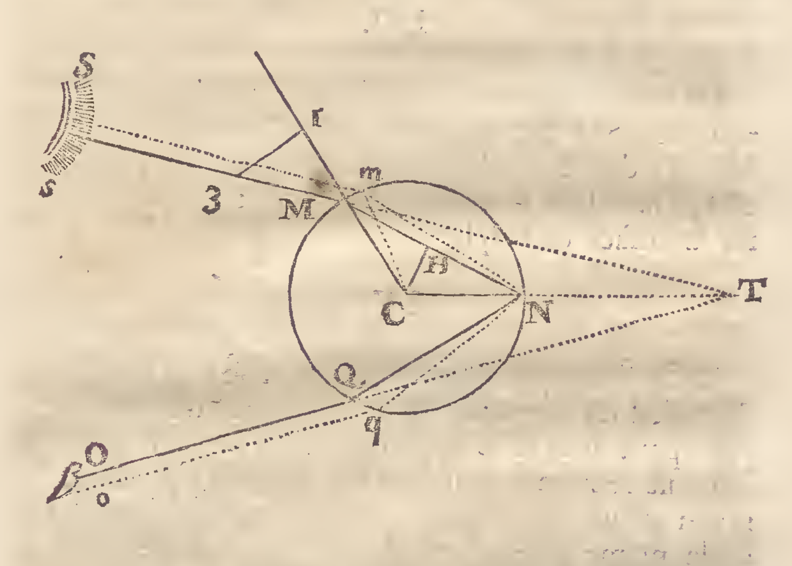
nn mot la Géométrie & une Géométrie assez étendue étoit nécessaire pour embrasser toutes les circonstances de cette question. Descartes en saisit une partie, Newton n'en a laissé échaper aucune essentielle, & a donné une derniere main à la matiere; mais Newton en cette occasion, ainsi qu'il l'a fait en beaucoup d'autres, comme s'il avoit apperçû intuitivement la vérité des propositions qu'il a énoncées, n'en a point donné les démonstrations; j'ai donc pensé qu'il seroit utile de donner ici une solution analytique des différents problêmes qu'il a dû résoudre, pour arriver aux résultats qu'il a donné.

Avant de passer à l'examen de ces Problêmes, il est nécessaire d'exposer le principe Physique sur lequel ils sont tous fondés de maniere que l'on n'ait plus besoin que du secours de l'Analise pour les résoudre.

I I.

Représentons-nous donc une goute d'eau de pluye MNQ, à laquelle nous supposons la forme sphérique, qui est celle qu'elle doit avoir en effet toutes les fois qu'elle ne touche à aucun corps dont l'attraction puisse agir sur elles, & cherchons le chemin que font les rayons du Soleil en traversant cette goute d'eau pour aller à l'œil : on voit aisément que les rayons SM, *sm* qui viennent parallelement du Soleil tombant en M sur cette goute, se rompent suivant la loi ordinaire de la réfraction de l'eau, & vont frapper en N la partie concave de la même goute, qu'ils sont alors réfléchis du point N au point Q, où rencontrants

une troisiéme fois la ſurface ſphérique de la goute d'eau, ils ſe rompent & arrivent ſuivant la direction



QO à l'œil du ſpectateur qui rapporte alors à quelque point de la direction OQ prolongée l'image qu'il reçoit, comme l'œil ne peut être affecté ſenſiblement par un ſeul rayon de Lumiere; mais qu'il faut que le faiſſeau de rayons paralleles qui tombent ſur le petit arc M *m* de la goute puiſſe arriver en entier en *o*, & que le diamétre de cette goute, eu égard à ſa diſtance eſt comme nul, il faut donc que non-ſeulement le rayon SM après ſa premiere réfraction en N, ſa réfléxion en N, & ſa ſeconde réfraction en Q, acquiere une direction qui paſſe par l'œil, mais que le rayon parallele & infiniment pro-

che SM, après avoir ſubi les mêmes inflections, ait en *q* une direction *oq* parallele à OQ.

III.

Or pour remplir ces conditions on voit que l'inclinaiſon de SM ſur la petite partie M*m* de la ſphere MNQ, doit être telle que les deux rayons paralleles SM, *ſm* aillent ſe réunir après leur réfraction en N ſur la ſurface de la ſphere.

IV.

De-là il ſuit que l'angle SM *m*, que font les rayons du Soleil ſur les parties M*m* des goutes qui ſont frappées pour nous faire appercevoir les Arcs-en-Ciel, eſt toûjours le même ainſi que ſon égal OQ *q* fait par le rayon viſuel avec l'autre partie correſpondante Q*q* de la même goute, & que de plus l'angle que les rayons du Soleil SM font avec les rayons viſuels OQ, ſont toûjours les mêmes dans tous les arcs-en-Ciel.

V.

Le ſecond Arc-en-Ciel concentrique au prémier qu'on apperçoit quelquefois, n'eſt pas produit par des rayons qui ont tombé ſur le même petit arc infiniment petit de la goute, que celui que demandoit le premier Arc-en-Ciel, mais ſur un autre petit Arc tel que les deux rayons paralleles qui ont tombé ſur cet Arc après avoir ſubi chacun une premiere réfraction, deux ré-

fléxions consécutives de la concavité de la sphere, & une deuxiéme réfraction en sortant de cette sphere; arrivent à l'œil encore parallelement, & de même de tous les Arcs-en-Ciel qu'on appercevroit à l'infini si les couleurs n'en étoient pas trop foibles.

VI.

Probleme.

Trouver l'angle STO *que les rayons* SM *qui tombent du Soleil sur les goutes de pluye, font avec ceux qui vont de ces mêmes goutes à l'œil, ou ce qui revient au même, trouver l'angle constant, qui est la somme de la hauteur du Soleil sur l'horison & de la hauteur du sommet de l'Arc-en-Ciel.*

Soit abaissé du centre c de la goute sur la corde MN qui est le rayon réfracté de SM la perpendiculaire CH; soit ensuite pris sur SM, BM égale au rayon CM & abaissé de B sur CM, prolongée la perpendiculaire BI; enfin soient faites le rayon CM ou la droite BM son égale . . . . $= r$

La perpendiculaire BI. . . . . . $= x$

Le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant de l'air dans l'eau. . . . . $= \frac{m}{n}$

Ce qui rendra la valeur de la perpendiculaire CH à MN. . . . . $= \frac{mx}{n}$

Il est évident maintenant que le

rayon BM étant parallele à ſon ſubſéquent fm, la différentielle de l'angle BMI, eſt exprimée par . . . . $\frac{dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$

Et l'angle MCm eſt le double de la différentielle de l'angle dont le ſinus eſt MH, ou dont le ſinus verſe eſt CH . . . . . . $= \frac{mx}{n}$

On aura donc . . . . . $\frac{dx}{\sqrt{r^2 - x^2}} = \frac{\frac{2m}{n}dx}{\sqrt{r^2 - \frac{m^2 n^2}{n^2}}}$,

d'où l'on tire $n^2 r^2 - m^2 x^2 = 4 m^2 r^2 - 4 m^2 x^2$, ou $x = r \frac{\sqrt{4mm - nn}}{m\sqrt{3}}$, par le moyen de laquelle on connoîtra l'angle BMI, & par lui l'angle HMC, & enfin l'angle cherché MTQ, car cet angle . . . . . MTQ = 4 HMC — 2 OMI, ſi on ſuppoſe $m = 3$ & $n = 4$, ce qui convient à la réfraction moyenne de l'eau, on aura MTQ d'environ 42°.

VII.

On tire de là qu'on ne peut voir d'Arc-en-Ciel, à moins que la hauteur du Soleil, ne ſoit moindre de 42°, & que l'angle ſous lequel on verra le point le plus haut de l'Arc-en-Ciel, ſera l'excès de 42° ſur la hauteur du Soleil.

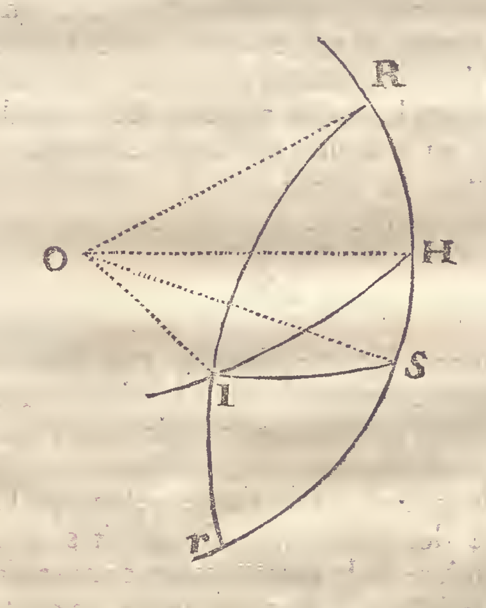
VIII.

VIII.

PROBLE'ME II.

La hauteur du Soleil étant donnée, trouver l'emplitude ou le nombre de degrés contenus dans l'Arc-en-Ciel, ainſi que celui qu'en contient la baze ou l'Arc, ſuivant lequel on voit ſes deux extrêmités dans l'horiſon.

Que *o* repréſente l'œil du ſpectateur ou le centre de l'horiſon, RI le demi Arc-en-Ciel HOI, la moitié



de l'angle horiſontal qui meſure ſa baze; OS une pa-

rallele aux rayons du Soleil menée dans le vertical ROH qui paſſe par le ſommet R de l'Arc-en-Ciel, en décrivant autour de cette droite OS comme axe, un cone dont le ſommet ſoit en O, & dont l'angle ſoit de 42°, je dis que l'Arc RI du cercle qui eſt la ſection de ce cone & de la ſphere, exprimera l'emplitude de l'Arc en-Ciel; pour le prouver il ſuffit de faire voir que tous les rayons tirés de O à ce cercle RI, font un angle de 42° avec les paralleles à OS, c'eſt-à-dire avec les rayons du Soleil, ce qui eſt viſible. Cela poſé rien n'eſt plus facile que de calculer l'angle ſous lequel on voit les deux extrêmités de l'Arc-en-Ciel, car il ſuffit de réſoudre le triangle ſphérique HSI, dans lequel on connoît l'angle H qui eſt droit, le côté HI de 42°, & l'arc SH égal à la hauteur du Soleil, car la réſolution de ce triangle donne par une ſeule Analogie le côté HI qui eſt la moitié de l'angle cherché.

La réſolution du même triangle donnant l'angle S, on a la demie emplitude de l'Arc-en-Ciel IR.

IX.

Nous avons ſuppoſé dans le problême *n* à *m*, dans le rapport convenable pour la moyenne réfrangibilité des rayons qui paſſent de l'air dans l'eau, de là il réſulte que l'Arc déterminé dans notre ſolution, n'eſt que le milieu de la bande qu'occupe l'Arc-en-Ciel à cauſe des différentes réfrangibilités; pour avoir la largeur entiere de la bande; il faut donner à *n* toutes les valeurs qu'elle a dans chacune de ces couleurs, & ſuppoſer à la hauteur du Soleil une variation d'environ

un demi degré que demande la largeur de ſon diſque, dont tous les points donnent chacun des Arcs-en-Ciel, nous laiſſons le détail de cette opération qui eſt fort facile à ceux qui voudront prendre la peine de la faire; mais il eſt d'autant moins important que la foibleſſe des couleurs voiſines du bord de l'Arc-en-Ciel, rend très-incertaine la meſure de ſa longueur pour la prendre par obſervation.

X.

Quant à l'ordre des couleurs il eſt aiſé de voir que celles dont la réfraction eſt la plus forte, feront les plus baſſes dans l'Arc-en-Ciel, puiſque lorſque n augmente, l'angle BMI dont le ſinus eſt x diminue, & par conſéquent l'angle MTC ou MTO de la figure du Problême I, ou l'angle ROS du Problême II.

XI.

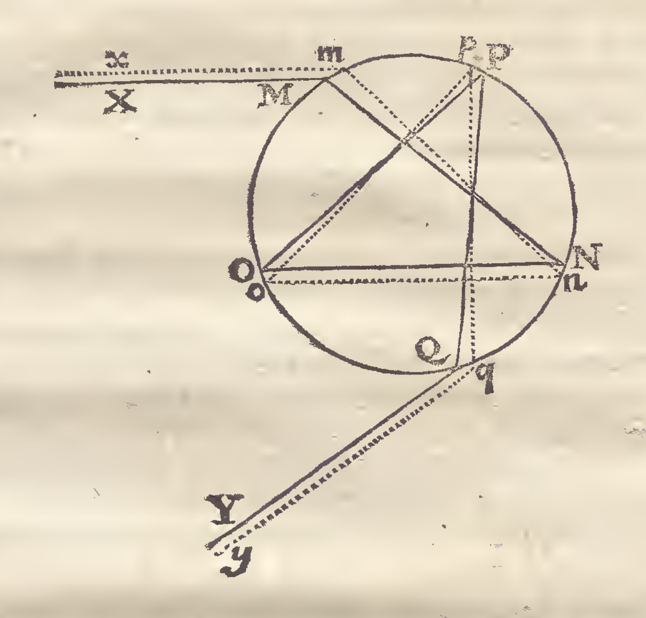
PROBLEME III.

Trouver les dimenſions du deuxiéme, troiſiéme & quatriéme Arc-en-Ciel à l'infini.

Soient XM, $x\,m$ deux rayons infiniment proches venant du Soleil.

Les deux rayons étant rompus, l'un en MN & l'autre en $m\,n$, & réfléchis enſuite autant de fois qu'on voudra en No, oP, PQ & $n\,o$, $o\,p$, $p\,q$, &c. ſortiront enfin en éprouvant une ſeconde réfraction égale à la premiere, c'eſt-à-dire que les angles PQY, $p\,q\,y$ feront égaux aux angles XMN, $x\,m\,n$. Il eſt évident préſentement que $\mathrm{O}o = \mathrm{M}m - 2\,\mathrm{N}n$, car cela ſuit

de ce que $MN = ON$ & $mn = on$, de la même façon on trouvera que l'Arc Pp sera $2\,Mm - 3\,Nn$, &c.



$Qq = 3\,Mm - 4\,Nn$; d'où en général après un nombre p de réfléxions, l'Arc Qq que nous supposons dans cette figure être le dérnier, sera ....
$p \cdot Mm - \overline{p+1}\, Nn$.

Mais si l'on veut que les rayons en sortant de la goute d'eau pour rentrer dans l'air soient paralleles entr'eux, ainsi que cela doit arriver pour que l'on puisse voir un Arc-en-Ciel, je dis qu'il faut que l'Arc Qq soit égal à l'Arc Mm, & que de plus le diamé-

tre que l'on peut imaginer passer perpendiculairement au milieu de la corde MQ, doit couper toute la figure en deux parties égales & semblables, car puisque les rayons incidents paralleles XM, *x m* doivent être paralleles, ainsi que les rayons émergents YQ *y q*, & faire les mêmes angles d'incidence XMN & de divergence YQP, il n'y a aucune raison qui distingue l'un de l'autre, les deux moitiés de cette figure coupées par le diamétre qui est également placé par rapport à M & à Q.

Donc pour qu'il y ait un Arc-en-Ciel il faut que $p \times Mm - \overline{p + 1} . Nn = Mm$, ou ce qui revient au même, il faut que $\frac{p-1}{p+1} \times Mm = Nn$; pour trouver maintenant sous quel angle d'incidence le rayon doit frapper le cercle, nous ferons comme dans le Problême I.

CM ou BM . . . . $= r$

BI sinus d'incidence pour ce rayon. . . . . $= x$

CH sinus de réfraction . . . . . $= \frac{mx}{n}$

d'où la différentielle de l'arc MN sera . . . . $= \frac{2mrdx}{n\sqrt{r^2 - \frac{m^2x^2}{n^2}}}$

Mais la différentielle de l'Arc . . MN $= Mm - Nn$ ou bien $= Mm - \frac{p-1}{p+1} \times Mm$, ou $\frac{2}{p+1} Mm$ par l'équation précédente, donc . . . .

$\frac{2mrdx}{n\sqrt{\frac{rr - m^2 x^2}{n^2}}} = \frac{2}{p+1}$ M m; de cette équation on tire M$m = \frac{\overline{p+1}\, mrdx}{\sqrt{r^2 n^2 - m^2 x^2}}$ qui étant égalée à $\frac{rdx}{\sqrt{rr-xx}}$ la valeur de Mm à cauſe de ce petit Arc, meſure la différentielle de l'angle BMI, attendu le paralléliſme de BM, bm, on aura $\frac{rdx}{\sqrt{rr-xx}} = \frac{\overline{p+1}\, mrdx}{\sqrt{nnrr - mmxx}}$, qui donne $x = \frac{r}{m}\sqrt{\frac{\overline{p+1}^2\, nn - nn}{2p+pp}}$, d'où le problême eſt réſolu.





TRAITÉ D'OPTIQUE;

De la vision, soit à l'œil nud, soit à l'aide des lentilles, lunettes d'approche, microscopes, &c.

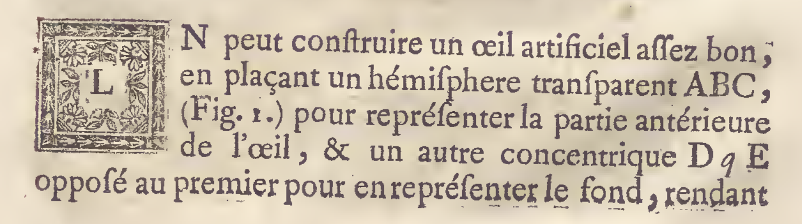
TROISIEME PARTIE.

THÉORIE DE LA LUMIERE.

CHAPITRE PREMIER.

Sur l'œil & sur la maniere dont se fait la vision.

I.



L'ON peut construire un œil artificiel assez bon, en plaçant un hémisphere transparent ABC, (Fig. 1.) pour représenter la partie antérieure de l'œil, & un autre concentrique D *q* E opposé au premier pour en représenter le fond, rendant

le demi diamétre O *q* du dernier, triple du demi diamétre OB du premier, & rempliſſant d'eau la capacité de ces deux vaſes; par ce moyen les rayons de Lumiere qui partent des points PQR, &c. d'objets éloignés, ſe réuniront après la réfraction à la ſurface ABC, en autant d'autres points *p*, *q*, *r*, de la cavité D *q* E, & y peindront une image; & parce que la ſurface ſphérique ne réunit pas tous les rayons d'un faiſſeau fort ouvert en un ſeul point, mais ſeulement ceux qui ſont fort voiſins de l'axe, on pourra remédier à cette inperfection en couvrant la baſe AC du plus petit hémiſphere, de maniere à n'y laiſſer qu'un trou de peu d'étendue vers le centre O, ce qui convient beaucoup mieux au but propoſé, que ſi la ſurface entiere étoit couverte à un petit trou près laiſſé dans le milieu B; car dans ce dernier cas la ſurface AB *c* ne recevroit pas des rayons des points latéraux PR ſi directement qu'elle en reçoit du milieu de l'objet, au lieu que quand le trou eſt laiſſé au centre O, les rayons viennent de tous les côtés de la même maniere.

II.

Quoique cette conſtruction de l'œil ne ſemble pas trop imparfaite à la premiere inſpection, nous allons voir dans le moment que l'Auteur de la Nature en a varié quelques circonſtances pour la rendre plus parfaite, & y en a ajouté d'autres abſolument néceſſaires, quoique nous ne puiſſions appercevoir dans tous les détails la ſageſſe de ſes vûes; il y a quelques circonſtances trop frappantes pour nous échapper. 1°. Il n'a

n'a pas voulu faire uſage de l'hémiſphere entier antérieur AB*c*; mais il en a retranché la partie moyenne, il en a diminué aſſez ſenſiblement les côtés, ſans cependant diminuer l'étendue du champ qui peut être embraſſé d'une ſeule vûe, la raiſon de cela c'eſt qu'en tendant intérieurement les tranchants du plus grand hémiſphere vers D & E, la forme de l'œil en devient plus ronde & plus commode pour ſon mouvement en tout ſens dans la cavité qui le renferme; il lui a donc donné la forme que l'on voit dans la Figure 2, laquelle répréſente un œil humain coupé par ſon axe.

III.

Dans cette Figure, AB *e* repréſente l'enveloppe tranſparente appellée la Cornée; le reſte ATY *c* eſt opaque, & une portion d'une plus grande ſphere; audedans de cette enveloppe extérieure, les Anatomiſtes en diſtinguent deux autres, la plus intérieure deſquelles eſt nommée la rétine, parce qu'elle eſt ſemblable à un raiſeau compoſé de fibres très-fines du nerf Optique YVT tiſſus enſemble, & elle eſt blanche vers les parties *p*, *q*, *r*, au fond de l'œil.

La cavité de l'œil n'eſt pas remplie d'une ſeule liqueur, mais de trois différentes ſortes; celle qui eſt contenue dans l'eſpace extérieur ABCOEGFDO, eſt appellée humeur aqueuſe, étant parfaitement fluide ainſi que l'eau. La ſeconde liqueur contenue dans l'eſpace intérieur E *p q r* DFG eſt un peu plus denſe, & eſt à peu près ſemblable à du blanc d'œuf, elle eſt appellée l'humeur vitrée. La troiſiéme humeur

FG à la forme d'une lentille de convéxité inégale, elle eſt placée entre les deux premieres & attachées aux enveloppes voiſines par des filets étendus tout autour, on l'appelle humeur criſtalline, ſa conſiſtance eſt auſſi ferme qu'un blanc d'œuf bouilli, mais elle eſt auſſi tranſparente que les deux autres, & elle différe d'elles par ſa force réfractive qui eſt plus conſidérable; ce qui fait que les rayons qui viennent des points PQR ayant reçû un degré de convergence par la réfraction de la cornée ABC, ſont rendus encore plus convergents par les autres réfractions qui ſe font à la ſurface du criſtallin FG, en ſorte qu'en ſe réuniſſant en autant de points *p*, *q*, *r* ſur la rétine, ils repréſentent les points PQR de l'objet duquel ils viennent; & peut-être que les rayons ſont ainſi dirigés par ces ſecondes réfractions vers le criſtalin, ainſi qu'il le faut vers la cavité *p q r* deſtinée à les recevoir, puiſque ſans cela il auroit été compoſé d'une partie plus conſidérable de ſphere, ſuivant le deſſein de l'œil artificiel de la figure précédente.

IV.

La lentille FG étoit d'un plus grand uſage encore à un autre égard; ſçavoir, en aidant l'œil à prendre de lui-même la forme néceſſaire pour voir diſtinctement les objets à toute ſorte de diſtance, ce qui ne pouvoit pas avoir lieu dans la conſtruction de l'œil artificiel.

Il y a deux moyens de faire cette opération par le ſecours de la lentille FG, pour voir les objets qui ſont

à la portée de la main, l'un en faiſant avancer le criſtalin plus près de la cornée extérieure, l'autre en augmentant la convéxité, & peut-être ces deux moyens ſont-ils employés tous les deux à la fois. Le mouvement du criſtallin vers la cornée peut-être produit par la preſſion des muſcles contre les côtés de l'œil, & conſéquemment contre l'humeur vitrée; mais ſi le criſtallin change de forme & devient plus rond pour appercevoir les objets voiſins, les filaments DF, EG qui lorſqu'ils ſont tendus ſervent à l'applatir, peuvent fort bien être relâchés par la preſſion latérale dont nous venons de parler, & il eſt poſſible que ces deux opérations ſe faſſent ainſi en même-tems.

Le trou où la pupille O n'eſt pas placée au centre de la cornée ABC comme dans l'œil artificiel, mais un peu plus près à ſa partie antérieure; la raiſon en eſt incertaine, à moins que ce ne ſoit afin de contribuer encore à faire coincider les images avec la cavité de la rétine (dans toutes leurs parties) laquelle autrement auroit dû être une portion d'une plus grande ſphere.

V.

Le diamétre AY de la ſphere de l'œil, eſt d'environ un pouce (pied du Rhein, & le diamétre de l'extérieur de la cornée, eſt d'environ trois cinquiémes de pouces, la largeur de la pupille O n'a pas de meſure conſtante; mais elle dépend de l'intenſité de la Lumiere qui tombe ſur l'œil, & qui eſt d'autant plus grande ou d'autant plus petite que cette Lumiere eſt moins ou plus vive; elle ſe contracte auſſi lorſque

nous regardons un objet de près & que nous faisons quelqu'effort pour le voir distinctement, sa construction a cet admirable avantage que sa grandeur change, & sa rondeur n'en est point altérée.

VI.

Cette description de l'oeil & de la cause de la vision est confirmée par cette observation que lorsqu'on a enlevé du fond de loeil cette enveloppe extérieure & la plus épaisse appellée la dure mere; on peut voir au travers des enveloppes les plus minces, les peintures des objets qui y sont vivement représentées, & ces peintures propagées par le mouvement le long des fibres des nerfs optiques jusqu'au cerveau, sont la cause de la vision, car suivant que les peintures sont parfaites ou imparfaites, l'objet est vû parfaitement ou imparfaitement. Si par exemple l'oeil est affecté de quelque couleur (comme dans la maladie de la jaunisse) assez sensiblement pour teindre de cette couleur les peintures qui se font sur la rétine, alors tous les objets paroîtront teints de la même couleur.

VII.

Si les humeurs de l'oeil (Fig. 3 & 4) se dessechent de maniere qu'en se resserrant elles tendent la cornée & l'enveloppe du cristalin & le rendent plus plat qu'il n'étoit d'abord, la Lumiere ne sera plus réfractée suffisamment, & par ce défaut de réfraction ne convergera plus au fond de l'oeil mais un peu plus loin, & l'objet pa-

roîtra d'autant plus confus que l'image faite ſur la rétine ſera moins diſtincte. C'eſt là la raiſon du défaut de la vûe commun aux vieillards, & ce qui explique comment leur vûe peut être corrigée par les lunettes; les verres convexes ſuppléent au défaut de rondeur de l'œil, & en augmentant la réfraction, ils obligent les rayons à converger plutôt & à ſe réunir ſur le fond de la rétine ſi la convéxité du verre eſt priſe convenablement.

VIII.

Le contraire arrive aux myopes (Fig. 5 & 6) c'eſt-à-dire à ceux qui ont la vûe courte, & dont les yeux ont trop de rondeur, car la réfraction étant alors trop conſidérable, les rayons convergents & ſe réuniſſent avant qu'ils arrivent au fond de l'œil, & pour lors ni la peinture faite ſur la rétine, ni la viſion qui en réſulte ne peut être diſtincte, à moins que l'objet ne puiſſe être aſſez voiſin de l'œil, pour que les rayons convergents atteignent le fond de l'œil, ou que le trop de rondeur de l'œil ne ſoit corrigé par un verre concave qui ait la courbure néceſſaire pour faire diverger ces rayons, de maniere à ne ſe rencontrer que ſur la rétine, ou enfin quand par l'âge les yeux deviennent aſſez applatis pour acquérir la figure des yeux bien conformés : les myopes voyent mieux les objets éloignés dans leur vieilleſſe, & ſont à cauſe de cela regardés comme ayant la vûe la plus durable.

En déterminant la grandeur des peintures faites ſur la rétine (Fig. 2.) on ne doit conſidérer qu'un ſeul rayon dans chaque faiſſeau, parce que quand la pein-

ture eſt diſtincte, tous les rayons d'un ſeul faiſſeau * ſont raſſemblés à un ſeul & même point de la rétine, ou ce qui vient au même, nous pouvons ſuppoſer que la pupille eſt contractée juſqu'à n'être plus qu'un ſeul point; & pour aider l'imagination nous pouvons ſuppoſer que ce point O (Fig 2.) eſt un petit trou placé au centre d'un hémiſphere creux & ſombre DQE, qui n'admet que les ſeuls rayons perpendiculaires qui traverſent ſans ſe réfracter, car alors les longueurs de ces peintures *p q r* augmenteront ou décroîteront comme les angles *p* O *r*, ou comme les angles POR, & je vais faire voir que c'eſt la propriété de l'œil naturel.

Si le demi diamétre de cet hémiſphere creux eſt d'environ $\frac{5}{8}$ de pouce longueur qu'a ordinairement l'axe d'un œil humain, les peintures d'un même objet auront toûjours la même grandeur dans les deux ſortes d'yeux, à très-peu de choſe près.

IX.

Les diamétres des peintures des objets faits ſur la rétine, ſont toûjours proportionnels aux angles que les rayons qui viennent des extrêmités de l'objet, font en tombant ſur l'œil, pourvû que ces angles ſoient très-

* On entend ici par faiſſeau l'aſſemblage des rayons qui partent d'un point unique de l'objet, & qui tombés ſur tout l'eſpace du criſtalin, où ils peuvent ſe réunir à un ſeul point; & ce point parce que l'on a vû dans la ſeconde Partie, ſeroit le foyer du rayon qui partiroit du point donné de l'objet, & paſſeroit par le milieu du criſtalin conſidéré comme lentille.

petits; car soient deux ou tant d'objets que l'on voudra PQ & $\varpi\,\mu$ paralleles ou obliques l'un à l'autre, lesquels soutendent le même angle PO (Fig. 7.) ou ϖ O μ en O, parce que les particules de Lumiere qui coulent de P & de ϖ décrivent la même ligne P ϖ O, & elles seront réfractées au même point *p* sur la rétine, & de la même maniere celles qui viennent de Q & de *n*, se réfracteront également au point *q*, & par conséquent les peintures ou images *p q* des objets PQ $\varpi\,\mu$ qui soutiennent le même angle en O seront de même grandeur, ce qu'il falloit premierement prouver; maintenant la peinture des objets faite sur la rétine d'un œil mort sont trouvées par l'expérience, être parfaitement tracées & proportionnées dans leurs parties, c'est-à-dire que les proportions des parties *p q*, *q r* de toute la peinture *p q r*, sont les mêmes que celles des parties PQ, QR de l'objet même PQR, & ce rapport des parties PQ, QR est à peu près celui des angles POQ, QOR qu'elles soutendent, ainsi la proposition est prouvée quand les objets PQ, QR sont tous les deux à la même distance de l'œil, & puisque nous venons de prouver que les objets P *q* & $\varpi\,\mu$ ont la même peinture *p q*, il s'ensuit que les proportions des peintures des objets $\varpi\,\mu$ & QR est la même que celle des angles ϖ O μ, QOR qu'ils sous-tendent à l'œil.

X.

Quand un objet approche vers l'œil, le diamétre de son image sur la rétine augmente dans la même proportion que la distance entre l'œil & l'objet décroît;

& au contraire ce diamétre décroit dans la même raiſon que la diſtance augmente, car le diamétre de l'image augmente dans la même proportion qu'augmente l'angle que l'objet ſous-tend à l'œil; & cet angle quand il eſt petit croît dans la même proportion que la diſtance entre l'œil & l'objet diminue.

XI.

Le degré de clarté de l'image d'un objet peint ſur la rétine, continue d'être le même à toutes les diſtances entre l'œil & l'objet, pourvû qu'aucun des rayons ne ſoit intercepté en chemin, & que la pupille ne change pas d'ouverture.

Par exemple lorſque l'œil devient deux fois plus proche de l'objet, la peinture ſur la rétine devient double en longueur & double en largeur, & par conſéquent quatruple en ſurface.

La quantité des rayons reçûs par la même ouverture de pupille à la moitié de diſtance de l'objet eſt auſſi quadruple, la Lumiere ſe trouve donc de la même intenſité que dans le cas de la premiere diſtance de l'objet lorſqu'elle étoit double.

XII.

Il ſuit de là que le peu de clarté des objets éloignés eſt dûe à l'opacité de l'atmoſphere qui abſorbe une partie de la Lumiere qni devroit arriver à l'œil; par conſéquent lorſque nous voyons le Soleil, la Lune & les Etoiles paroître très-foibles à l'horiſon, & devenir

enſuite

ensuite de plus lumineux en plus lumineux à mesure qu'il s'élevent, cela vient de ce que l'espace de vapeurs qui doit être traversé par les rayons, est plus long & plus dense dans le voisinage de l'horison, & qu'il devient plus court & plus rare à mesure que les objets s'élevent, & qu'il se trouve par conséquent moins d'obstacle alors au passage de la Lumiere.

XIII.

La sensibilité de l'œil ou la facilité qu'il a à discerner les objets par les différentes quantités de Lumiere est immense, par exemple la disproportion dans les quantités de Lumiere envoyées sur l'horison par le Soleil & par la Lune à des hauteurs quelconques égales est prodigieuse; je trouve qu'elle n'est pas moindre que celle de 90000 à 1, quand la Lune est pleine & pas moindre que celle de 180000 à 1, quand la Lune est en quartier; & la proportion entre les parties de Lumiere de ces deux Astres quelles qu'elles soient, lesquelles sont réfléchies à nos yeux par le même objet pendant le jour ou pendant la nuit, ne doivent guere différer de la proportion des deux Lumieres totales; supposant donc que l'ouverture de la pupille puisse être huit ou neuf fois moindre dans le jour que dans la nuit (c'est-à-dire à peu près trois fois moindre en diamétre) on trouvera encore que la proportion des quantités de Lumiere Solaire & Lunaire reçûe sur le même œil & sur le même objet, ne sera pas moindre que celle de 20000 à 1, quand les nuits ont un moyen degré de Lumiere Lunaire; je dis non moin-

dre parce que les nombres précédents ſont tirés d'une regle fondée ſur le principe que la Lune réfléchit toute la Lumiere qu'elle reçoit du Soleil, ſuppoſition qui ne peut être vraie par la raiſon des parties obſcures que l'on voit ſur ſon diſque, & que ſelon toutes les apparences une grande partie de la Lumiere incidente eſt abſorbée, même dans les parties les plus brillantes. Voici la regle que je viens d'annoncer; la Lumiere du Soleil eſt à celle de la Lune, comme la ſurface d'un hémiſphere, dont le centre eſt à l'œil, eſt à la partie de cette ſurface que peut occuper la partie éclairée de la Lune, enſorte que le Ciel entier étant ſuppoſé couvert d'autant de diſques de Lune qu'il en pourroit contenir, produiroit la Lumiere du jour; ceci ſuit aſſez clairement des conſidérations ſuivantes, quoique je l'aye trouvé d'une maniere différente. La Lumiere du jour eſt compoſé d'une quantité innombrable de réfléxions des rayons du Soleil ſur toutes ſortes de corps, deſquels ils ſont à la fin renvoyé à nos yeux, ſans cela nous n'appercevrions rien même en plein jour que le corps du Soleil, les Etoiles & toutes les ſubſtances lumineuſes par elles-mêmes, nous remarquons que la Lumiere du jour eſt fort approchant la même, ſoit que le Soleil brille ou non dans la place où nous ſommes, parce que la Lumiere nous eſt réfléchie par une quantité immmenſe de terre, d'air & de nuages étendus autour de nous à une diſtance de trente lieues, ou plus en ſorte que l'abſence des rayons du Soleil d'une place particuliere, n'altere pas ſenſiblement la Lumiere du jour; outre cela la Lune paroît dans le jour à peu près comme un nuage dont

la Lumiere eſt moyenne, certains nuages paroiſſant plus brillants que la Lune, & d'autres plus obſcures qu'elle, les rayons du Soleil qui pourroient venir de tous les nuages, étant donc interceptés pendant la nuit, & ne nous étant renvoyés que de la Lune ſeulement, il s'enſuit que la Lumiere du jour eſt à celle de la Lune, comme les ſurfaces apparentes de tous les nuages viſibles à la ſurface apparente de la partie viſible de la Lune conſidérée comme le ſeul nuage qui ſe trouve éclairé; & ces deux Lumieres quelques ſoient les diſtances de la Lune & celle des nuages ſont exactement les mêmes, que ſi tous les corps étoient placés à égale diſtance de nous, & qu'ils compoſaſſent la ſurface d'un hémiſphere.

XIV.

On découvre encore l'immenſité de la proportion entre les Lumieres du Soleil & de la Lune, par les expériences faites avec des miroirs ardents en employant les rayons réfléchis, ou avec des verres ardens, en employant les rayons tranſmis par la réfraction, leſquels rayons étant réunis dans l'un & l'autre cas en une image ronde au foyer de ces inſtrumens, donnent une plus grande chaleur & d'un effet plus prompt que les fourneaux les plus violents, ainſi qu'on le reconnoît par la fonte & par la calcination des métaux les plus durs, & par la vitrification des briques & des pierres, dans des intervalles de tems moindre qu'une minute; or les rayons de la Lune étant raſſemblés par les mêmes verres ou miroirs, n'excitent pas la

plus légere chaleur, ni n'affectent pas ſenſiblemement le thermometre le plus parfait quand on fait tomber la Lumiere du foyer ſur la boule en meſurant la largeur de l'image au foyer, & en la comparant avec la largeur du miroir ardent lui-même ; il paroît qu'à quelques-uns de ces miroirs on raſſemble les rayons incidents dans un eſpace qui eſt plus de deux mille fois moindre que celui qu'ils occupoient à leur incidence ; mais par le précédent calcul la Lumiere de la pleine Lune doit être condenſée quatre vingt-dix mille fois pour devenir auſſi denſe & d'un degré égal en chaleur à la Lumiere directe du Soleil ; il n'eſt donc pas étonnant que la chaleur des rayons de la Lune, qui par la condenſation procurée par le miroir ardent, n'arrive qu'à la cent quarante ou cent cinquantiéme partie de celle du Soleil, ne donne aucun effet ſenſible ; car on a trouvé par des expériences faites avec ces miroirs que les degrés de chaleur ſont proportionnels à la denſité de ces rayons, ce qui étant comparé avec une échelle des degrés de chaleur de différents corps donnée par Mr. Newton dans les tranſactions philoſophiques, montre qu'il y a une proportion immenſe entre les degrés de Lumiere que l'œil peut ſupporter, & le degré de chaleur que l'on peut endurer ou diſtinguer par le tact.

§ Voici en peu de mots la méthode dont Mr. Smith ſe ſert pour comparer la Lumiere Lunaire à la Lumiere Solaire. Si le Ciel étoit, dit le Sçavant Anglois, tout couvert de Lunes, la Lumiere réfléchie par toutes ces Lunes à un œil qui ſeroit ſuppoſé être au point central, d'où il verroit cette calotte lumineuſe par ré-

fléxion, dont il partiroit une multitude de rayons qui tendroient à cet œil, feroit la même pour lui que la Lumiere Solaire. Pour trouver à préfent dans cette fuppofition quel eft le rapport de la Lumiere Lunaire à la Solaire, il n'y a qu'à chercher quelle partie de la calotte du Ciel occupe la Lune, la fraction qui exprimera le rapport de la grandeur de la Lune à la calotte du Ciel, fera la même qui exprimera le rapport de la Lumiere Lunaire à la Lumiere Solaire.

Voici à préfent la méthode de Mr. Bouguer; fans rien fuppofer il a cherché par voye d'expérience, à tirer le rapport de la Lumiere Lunaire à la Solaire, par le moyen d'une Lumiere de comparaifon fuivant l'Ingénieux procédé que je vais expofer. Mr. Bouguer pour comparer la Lumiere du Soleil à celle d'un flambeau, fait entrer dans une chambre obfcure l'image du Soleil, en fe fervant d'un verre concave de lunette qui fait diverger les rayons d'une maniere connue; il place un plan éclairé par l'image affoiblie du Soleil à une diftance donnée, il varie la diftance d'un flambeau à un autre plan, jufqu'à ce que les deux Lumieres reçûes & du Soleil & du flambleau, lui paroiffent abfolument égales; il reçoit la Lumiere de la Lune à l'aide du même verre, le foir lorfque la Lune dans fon plein eft à la même hauteur que le Soleil, l'étoit le matin lors de la premiere obfervation, & il compare comme ci-devant la Lumiere Lunaire à celle du flambeau dont il varie les diftances: or comme il fallut affoiblir la Lumiere de la Lune foixante-quatre fois, & qu'il fallut affoiblir celle du Soleil onze mille fix cens foixante-quatre fois pour les rendre cha-

cune égale à celle du flambeau, Mr. Bouguer en prenant un milieu entre plusieurs observations, conclut que la Lumiere de la Lune est à celle du Soleil, comme 1 à 300000. Mr. Smith au contraire par sa méthode trouve que la Lumiere de la Lune est à celle du Soleil, comme 1 à 90000; mais si l'on fait attention que le principe d'où il est parti, en supposant que la Lune réfléchit toute la Lumiere qu'elle reçoit est manifestement erroné, ainsi qu'il en convient, on sera moins frappé de la différence qui se trouve entre les rapports établis par ces Sçavants; il est bien évident que la Lune ne peut réfléchir toute la Lumiere qu'elle reçoit, puisque différentes parties de cette planete paroissent diversement lumineuses, & que par conséquent la Lumiere est transmise dans certaines parties, & réfléchie inégalement par d'autres; cette seule réfléxion suffit pour faire sentir tout l'avantage de la méthode de l'Académicien François qui vient d'être exposée; le peu que nous en avons dit ne doit pas dispenser de consulter son essai d'Optique sur la gradation de la Lumiere, ouvrage excellent en son genre, & dont le genre par lui-même est excellent, tout y est expérience ou calculs d'après l'expérience & l'observation.

XV.

Le Docteur Hook assûre que l'œil le plus fin ne peut appercevoir dans les Cieux aucun espace tel, qu'une tache de la Lune ou la distance de deux étoiles, lorsque l'angle que cet espace sous-tend à l'œil, est moindre qu'une demi minute, & que l'on trouve

même à peine une perſonne ſur cent, qui puiſſe appercevoir un eſpace dont le diamétre eſt d'une minute ſi l'angle n'eſt que de cette étendue; les deux Etoiles à la vûe ſimple n'en paroiſſent qu'une; j'ai été témoin d'une expérience où un de mes amis qui avoit les yeux meilleurs qu'aucun de la compagnie, pût à peine appercevoir un cercle blanc ſur un fond noir, ou un cerle noir ſur un fond blanc expoſé contre la Lumiere du Ciel, quand ſon diamétre occupoit moins des deux tiers d'une minute, ou ce qui eſt la même choſe quand la diſtance de l'œil étoit moins de cinq mille cent cinquante-ſix fois plus grande que le diamétre du cercle, ce qui s'accorde aſſez bien avec l'obſervation du Docteur Hook. De-là je trouve par le calcul que le diamétre de l'image de ce cercle ſur la rétine, ne devoit avoir au plus que la huit milliéme partie d'un pouce, & une telle partie peut être appellée un point ſenſible de la rétine. Tout le monde peut ſe former une idée de la petiteſſe d'un tel point, en remarquant que le cheveu le plus fin eſt viſible à la longueur d'un bras.

XVI.

La grandeur apparente d'un objet eſt une quantité d'extenſion viſible proportionnelle à l'angle, que deux rayons qui viennent des extrêmités de l'objet font en tombant ſur l'œil, car les extrêmités de l'objet ſont mûs dans les directions de ces rayons, & ſuivant qu'ils font un plus petit angle à l'œil, la grandeur de l'image ſur la rétine eſt plus ou moins grande, & conſéquemment cauſe une ſenſation d'étendue plus

grande ou plus petite qui dépend du plus grand ou du plus petit nombre de points visibles, répondants au nombre de points sensibles de la rétine, quelque soit la grandeur qu'on attribue à ces points.

XVII.

La grandeur apparente d'un objet donné est réciproquement comme sa distance à l'œil, c'est-à-dire que quand l'objet approche de l'œil, la grandeur apparente croit comme cette distance diminue; car la grandeur apparente d'un objet a été définie, la quantité d'extension visible proportionnelle à l'angle que l'objet sous-tend à l'œil, & cet angle augmente à peu près en même proportion que la distance réelle entre l'œil & l'objet diminue.

XVIII.

La grandeur apparente d'un objet en opposition à sa grandeur, vûe par le moyen des verres ou des miroirs, est souvent appellée pour la briéveté de l'expression sa vraie grandeur, & en parlant de la grandeur apparente d'un objet, j'entends toûjours la grandeur apparente de son diamétre ou de sa longueur ou largeur, ou de quelque ligne principale & non sa surface ou solidité, à moins que je ne le spécifie particulierement.

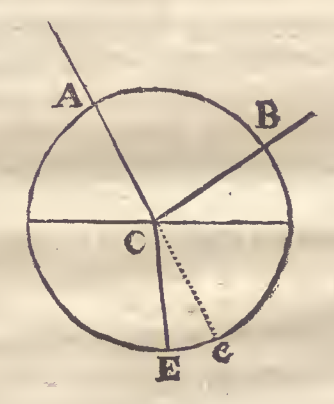
CHAPITRE

CHAPITRE SECOND.

Sur la viſion par le ſecours des verres ou des miroirs.

I.

TOut petit objet ou plutôt tout point quelconque d'un objet vû par le moyen des rayons rompus ou réfléchis, paroît en quelque lieu de la ligne,



qui eſt la direction du rayon de Lumiere après la derniere réfraction ou réfléxion qu'il ſouffre en arrivant à l'œil. Dans les expériences employées pour prouver

les loix de la réfléxion ou de la réfraction, l'épingle placée en B & vûe par le moyen d'un rayon réfléchi par l'eau, paroît en quelque lieu de la ligne AC prolongée, que le rayon visuel BAC décrit après la réfléxion C quand il parvient à l'œil; & comme toute la ligne CE paroît élevée par la réfraction faite à la surface de l'eau, comme si elle avoit été une continuation de la ligne AC en ligne droite, de même si une rame droite est en partie plongée obliquement dans l'eau, elle paroîtra pliée comme si la partie plongée avoit été rompue à la surface & soulevée vers le haut, car cette partie de la rame est vûe dans la direction des rayons qui sont courbés en bas par la réfraction à leur sortie de l'eau, & qui conséquemment parviennent à l'œil comme s'ils partoient d'un lieu de l'eau qui fût plus haut que la place réelle de la rame; de la même maniere tout point d'un objet vû par le rayon PAO (Fig. 8 jusqu'à 19) réfracté deux fois en passant par le tranchant d'un prisme ou d'une lentille, soit concave, soit convexe par les côtés d'un globe ou d'un bocal, ou d'un verre à boire rempli d'une liqueur transparente ou vû par un rayon PAO réfléchi de dessus un miroir plan, paroît à l'œil placé en O (Fig. 19.) en quelque endroit de la direction du dernier rayon réfracté ou réfléchi AO. Enfin un objet P vû en O par un œil placé en O, au travers d'un verre à facettes, paroît d'un seul coup d'œil en autant de différents lieux p, p', p^2, situés dans autant de différentes directions que le verre a de différentes surfaces DE, EF, FG, différemment inclinées à la surface opposée DH; car toutes ces surfaces donnent ainsi que feroient au-

tant de prismes différents les rayons visuels PI, AO; PK, BO, PL, CO, qui font autant de différents plis en L, A, K, B, L & C, & tombent sur l'œil en O en autant de différentes directions AO, BO, CO; & dans tous ces cas quand les surfaces réfléchissantes ou réfractantes de l'eau ou des verres seront agitées par le vent, ou de toute autre maniere les objets vûs par réfléxion ou réfraction, paroîtront aussi être agités à cause que les dernieres directions des rayons visuels seront agités & variés par ces mouvements.

Maintenant la raison pour laquelle un objet ou point d'un objet paroît toûjours dans la direction du dernier rayon réfléchi ou réfracté, c'est que la place de son image sur la rétine, est la même qu'elle seroit si l'objet étoit réellement transporté de sa propre place dans la direction de ce rayon, & qu'elle fût vûe alors par des rayons directs; & n'ayant aucune sensation des premieres réfractions ou réfléxions des rayons, mais seulement de leur action vers une certaine place de la rétine, nous formons le même jugement de la place de l'objet que nous avions accoutumé de faire dans le cas ordinaire de la vûe immédiate ou directe.

II.

Il suit clairement de tout ce qui a été dit, que tout point P d'un objet PQ (Fig. 8 jusqu'à 20.) vû par les réfractions ou les réfléxions, paroît en quelque point de la ligne *p* de sa derniere image à l'œil placé en O, parce que tous les rayons qui partent de P, viennent après leur derniere réfléxion ou réfraction du point

correſpondant *p* de la derniere image, ou qu'ils y vont, la raiſon pour laquelle je dis la derniere image ſera rapportée à un des articles ſuivants.

III.

On découvre encore pourquoi un objet vû par des rayons réfractés ou réfléchis, paroît quelquefois droit & quelquefois renverſé, car quand les rayons réfléchis ou réfractés ont eu la même ſituation, l'un à l'égard de l'autre que deux rayons qui viennent directement des mêmes points de l'objet à l'œil, ces points paroîtront toûjours dans la même ſituation à l'égard de l'autre dans l'un & l'autre de ces deux cas; mais ſi les rayons qui viennent de ces points ſe ſont croiſés avant d'arriver à l'œil, ils auront alors une ſituation contraire à celle des deux rayons venants directement des mêmes points à l'œil, & conſéquemment ces deux points paroîtront alors dans une poſition renverſée, & on peut ajouter que dans le premier cas l'image faite ſur la rétine, aura la même poſition, quoiqu'une grandeur différente, comme ſi l'on ſupprimoit le verre ou miroir, & ſa poſition ſera oppoſée à celle du dernier cas.

IV.

La grandeur apparente d'un objet vû par des rayons réfractés ou réfléchis, ſoit qu'il paroiſſe droit ou renverſé, eſt la quantité d'extenſion viſible meſurée par l'angle AOC, que les deux rayons AO, CO, qui viennent de ſes extrêmités PQ, font après leur der-

niere réfléxion ou réfraction en tombant sur l'œil, ou bien encore l'objet paroît plus grand ou plus petit en raison de ce que l'angle AOC est plus grand ou plus petit, parce que ses extrêmités paroissent dans la direction des derniers rayons réfléchis ou réfractés OA, OC, & aussi parce que son image sur la rétine est plus grande ou plus petite en proportion, de ce que ces rayons constituent un plus grand ou un plus petit angle à l'œil.

V.

Ainsi la grandeur apparente d'un objet PQ est mesurée par l'angle *p* O *q* que sa derniere image sous-tend à l'œil, car les lignes AO, *p* O ne sont qu'une seule ligne continuée ainsi que CO, *q* O, & par conséquent les angles AOC, *p* O *q* sont les mêmes lorsque l'image est placée devant l'œil, & sont égaux quand elle est placée derriere.

VI.

Il suit de-là que la grandeur apparente d'un objet augmente ou décroît en proportion de ce que l'œil approche ou s'éloigne de sa derniere image (de même que si c'étoit un objet réel) placé devant ou derriere l'œil ; car l'image étant fixe, l'angle *p* O *q* lorsqu'il est petit croît dans la même proportion que O *q* décroît & au contraire.

VII.

D'où il suit que si la derniere image est reculée à

une diſtance infinie (Fig. 2, 22, 23 & 24) c'eſt-à-dire ſi l'objet eſt placé au principal foyer d'une lentille, ſphere ou miroir concave, ſa grandeur apparente à l'œil placée où l'on voudra, ſera invariablement la même & égale à ſa grandeur apparente, vû à l'œil nud placé au centre ou de la ſphere-lentille ou miroir concave; car puiſque tous les rayons d'un faiſſeau quelconque ſont paralleles à ſon axe PE, l'angle COA qui meſure la grandeur apparente à un point quelconque O, eſt par tout égal aux angles QEP au centre E.

La grandeur apparente de l'objet ſera encore invariable en quelque endroit qu'il ſoit placé (Fig. 25 & 26.) lorſque l'œil eſt fixé au principal foyer de tout verre ou miroir qui rend les rayons paralleles convergents à l'œil; car imaginant que ces rayons retournent de l'œil à l'objet, ils tomberont ſur le même point de l'objet d'où ils venoient, pendant qu'il eſt mû dans une place quelconque le long de l'axe du verre ou du miroir, & nuls autres rayons que ceux-ci ne retourneront des mêmes points de l'objet à l'œil dans cette place, & par conſéquent les différentes parties de l'objet ſeront toûjours vûs ſous les mêmes angles, & conſéquemment paroîtront de la même grandeur.

VIII.

La grandeur apparente d'un objet vû par des rayons réfractés ou réfléchis étant meſurée par l'angle que ſa derniere image ſous-tend à l'œil, & ſa grandeur apparente a l'œil nud en un lieu quelconque étant meſurée par l'angle que l'objet lui-même ſoustend à l'œil dans cette place, il s'enſuit que la

premiere grandeur apparente eſt à la derniere, comme le premier angle eſt au dernier, car les meſures & les quantités meſurées, doivent toûjours être proportionnelles entr'elles.

I X.

Conſéquemment la grandeur apparente d'un objet vû par le ſecours d'un miroir ou d'un verre, ſera toûjours égale à ſa grandeur apparente à l'œil nud dans la même place. 1°. Quand l'objet touche une lentille mince ou une ſeule ſurface réfringente ou réfléchiſſante, car l'image eſt alors égale à l'objet & coincide avec lui. 2°. Quand l'œil eſt placé tout contre quelque lentille ou ſimple ſurface réfléchiſſante, car alors le rayon PAO paſſera de l'objet à l'œil, fort près du milieu de la lentille, & par conſéquent étant preſque en ligne droite, il ſera à peu près le même angle avec l'axe, que feroit un rayon non réfracté, & quand le point d'incidence A coincide avec C à une ſurface réfléchiſſante quelconque, les rayons incidents & réfléchis PE, EO étant prolongés feront auſſi des angles égaux avec l'axe ou perpendiculaire QC, & ainſi l'objet paroîtra ſous le même angle qu'il feroit à l'œil ſimple dirigé vers lui. 3°. Quand l'œil eſt au centre d'un miroir concave, car alors les rayons incidents & réfléchis PA, AO coincideront avec le rayon direct PE, & conſéquemment feront les mêmes angles avec l'axe. 4°. Quand l'objet eſt au centre d'un miroir concave, car alors l'image réfléchie eſt auſſi au centre & eſt égale à l'objet. 5°. Quand un rayon venant directement de P en O (Fig. 13. 15. 19.) fera avec l'axe un angle égal à

AOC que les rayons réfléchis ou rompus, font avec cet axe de l'autre côté.

X.

Excepté dans le cas que nous venons d'expoſer la grandeur apparente d'un objet vû au travers d'une lentille concave eſt toûjours moindre que la vraie, & quand elle eſt vûe droite au travers d'une lentille convexe ou d'un globe, elle eſt toûjours plus grande que la vraie, car le rayon PAO venant de l'extrêmité de l'objet à l'œil, eſt écarté de l'axe par la lentille concave, & rend par conſéquent l'angle fait avec cet axe à l'œil moindre, que ne feroit un rayon venant de cette extrêmité à l'œil; mais le même rayon eſt plié par la lentille convexe vers ſon axe, & par conſéquent fait un plus grand angle à l'œil que le rayon direct & les grandeurs apparentes ſont meſurées par les angles.

X I.

Ce qui a été juſqu'ici démontré par rapport à la grandeur apparente d'un objet PQ, aura encore lieu ſi vous ſuppoſez que l'objet PQ eſt une image formée par un ou pluſieurs autres miroirs ou verres, car les rayons divergeront de l'objet ou de l'image de la même maniere, & par cette raiſon j'ai toûjours appellé *pq* la derniere image de l'objet.

XII.

Le lieu O de l'œil étant donné, si vous voulez déterminer quelle partie d'un objet est visible dans une portion donnée ou ouverture A *c* d'un verre ou d'un miroir, tirez OA au bord de l'ouverture, & prolongez-la jusqu'à ce qu'elle coupe l'image en *p*, & par le centre du miroir tirez PE qui coupe l'objet en P, & PQ sera la partie que l'on peut découvrir par l'ouverture AC (Fig. 20, 21, 22 & 23) car tout le faisseau des rayons qui vient de P appartiendra à *p* après la réfraction ou la réfléxion, & conséquemment quelqu'un de ces rayons avancera à l'œil dans la même ligne tirée par *p*; si l'image est à une distance infinie, tous les rayons qui appartiennent à *p* seront paralleles à l'axe du faisseau, & par conséquent PQ est déterminé en tirant EP parallele à OA (Fig. 16) dans un miroir plan il faudra mener *p q* de *p* parallele à Q *q*, ou perpendiculaire au miroir, afin de déterminer la partie PQ visible par l'ouverture AC, car ce miroir peut être considéré comme ayant un centre à une distance infinie.

XIII.

De-là si le miroir ou le verre est donné, la partie qu'on peut découvrir par l'ouverture, décroîtera perpétuellement pendant que l'œil s'éloignera, à moins que l'image ne soit à l'œil, car alors elle décroîtra seulement jusqu'à ce que l'œil arrive à l'image, & après qu'il l'aura passée elle augmentera perpétuellement;

la raiſon en eſt que l'objet & l'image étant conſtants par rapport à leur place, doivent augmenter ou décroître tous les deux à la fois, étant tous les deux terminés par deux lignes P*p*, Q *q* qui ſe rencontrent en E, centre du miroir.

XIV.

Ainſi la partie découverte eſt la plus grande quand l'œil eſt contre le verre ou le miroir, & la plus petite quand il eſt contre l'image, & dans ce dernier cas elle paroît infiniment augmentée, car concevant la diſtance O *q* infiniment diminuée, les parties *p q*, PQ coupées par les lignes AO *p* & *p* EP ſeront toutes deux infiniment diminuées; mais la grandeur de l'angle en O ſous-tendu par *p q* ou par AC, demeurera finie pendant que l'angle ſoutendu par PQ en O, eſt infiniment diminué, & ainſi la diſproportion entre ces angles, c'eſt-à-dire entre la grandeur vraie & la grandeur apparente de la particule PQ eſt infiniment grande, l'image eſt auſſi infiniment confuſe quand la pupille eſt ouverte par la raiſon qu'on donnera dans les articles ſuivants.

XV.

Quand une perſonne ſe voit elle-même dans un miroir plan, la même partie de la glace, quelque part qu'elle ſoit placée, & la longueur & la largeur de cette partie eſt toûjours la moitié de la longueur & de la largeur de la partie correſpondante de ſon propre corps (Fig. 16) car quand O & *q* coincident, OC eſt la moitié de O *q* ou de Q *q*, & partant AC eſt moitié de *p q* ou de PQ.

XVI.

Jusqu'ici j'ai considéré la pupille comme n'étant pas plus grande qu'un point, n'admettant qu'un seul rayon de chaque point de l'objet, d'où il résulte que la peinture faite sur la rétine, devroit être distincte dans tous les cas; mais lorsque la pupille est ouverte, si l'image formée par le verre ou par le miroir a la moindre distance à laquelle nous pouvons voir les objets distinctement à la vûe simple, l'apparence formée par le verre ou par le miroir sera confuse, parce que les rayons divergent trop d'une image si voisine, pour être réduit à l'œil à une peinture distincte sur la rétine; d'un autre côté quand les rayons convergeront à une image derriere l'œil, ils se rassembleront à une peinture distincte avant d'être arrivés à la rétine, parce que l'œil n'est pas naturellement accoûtumé à prendre la forme qui conviendroit aux rayons convergents, & ainsi la vision sera confuse dans tous les deux cas, mais elle pourra être rendue distincte de la maniere suivante.

XVII.

Les choses qui paroissent confuses quand elles sont vûes par des rayons directs réfractés ou réfléchis, peuvent être rendus distincts, soit en regardant au travers d'un petit trou dans une plaque mince, ou dans un morceau de papier, ou bien à travers d'une lentille convexe ou concave d'un degré donné de convexité ou de concavité; & pourvû que le trou ou lentille

ſoit fort près de l'œil, la grandeur apparente & la ſituation de l'objet ſeront les mêmes dans les deux cas; car ſi le trou eſt ſi petit qu'il n'admette qu'un ſimple rayon de chaque point diſtinct de l'objet, les rayons tomberont tous ſur la rétine en autant de points diſtincts, & donneront une image diſtincte; & quand les faiſſeaux de rayons tomberont ſur une lentille mince, leurs axes traverſeront le milieu en ligne droite, & conſéquemment arriveront aux mêmes points ſur la rétine que quand ils paſſent par le trou; or ſuppoſant la lentille avoir une telle figure qu'elle réfracte ainſi que l'œil, les rayons de chaque faiſſeau & les raſſemble à ces mêmes points de leurs axes qui atteignent la rétine, l'image ſera encore diſtincte & ſera la même en grandeur & en poſition qu'elle étoit auparavant, & la ſeule différence dans les effets du trou & de la lentille ſeront dans le degré de clarté de l'image ſur la rétine.

XVIII.

Un microſcope ſimple ou à un ſeul verre, n'eſt autre choſe qu'un très-petit globule de verre ou une petite lentille, dont la diſtance focale eſt très-petite; un très-petit objet *p q* vû diſtinct par une petite lentille AE, (Fig. 28) l'œil en étant très près, paroît d'autant plus grand à l'égard de ce qu'il ſeroit à la vûe ſimple, ſi l'œil étoit placé à la plus petite diſtance *q* L d'où il paroît ſuffiſamment diſtinct, que cette derniere diſtance eſt plus grande que la premiere *q* E, car ayant mis votre œil tout près de la lentille EA, afin de voir une auſſi grande partie de l'objet qu'il eſt poſſible

d'une ſeule vûe, reculez ou avancez l'objet *p q* juſqu'à ce qu'il paroiſſe très-diſtinctement, & que ce ſoit par exemple à la diſtance E *q*, alors concevant qu'on ſupprime la lentille AE & qu'on mette à la place une plaque mince avec un trou d'épingle, l'objet paroîtra auſſi diſtinctement & auſſi grand qu'auparavant, lorſqu'on voyoit au travers de la lentille, il ſera ſeulement moins brillant, & dans le dernier cas il paroîtra plus grand que l'on ne le voit à l'œil nud à la diſtance *q* L, ſoit avec le trou d'épingle, ſoit autrement dans la raiſon de l'angle *p* E *q* à l'angle *p* L *q*, ou comme la diſtance *q* L à la premiere *q* E.

XIX.

Puiſque l'interpoſition de la lentille n'a d'autre effet que de rendre l'apparence diſtincte, en aidant l'œil à augmenter la réfraction dans chaque faiſſeau; il eſt clair que la grandeur apparente eſt entierement dûe à la faculté de pouvoir diſcerner de plus près qu'à la vûe ſimple, ſi l'œil eſt aſſez parfait pour voir diſtinctement par les faiſſeaux de rayons paralleles qui tombent ſur la cornée, la diſtance E *q* de l'objet à la lentille eſt alors la diſtance focale de la lentille; or ſi la lentllle eſt un petit globule rond dont le diamétre eſt $\frac{1}{15}$e de pouce, ſa diſtance focale E *q* étant les trois quarts de ſon diamétre, ſera de $\frac{1}{20}$e de pouce; & ſi *q* L eſt de huit pouces, diſtance ordinaire à laquelle on peut appercevoir les petits objets, le globule empliſiera dans la raiſon de 8 à $\frac{1}{20}$, ou de 160 à 1.

XX.

La lunette ordinaire à l'uſage des Aſtronomes eſt compoſée de deux verres convexes, diſpoſés de la maniere ſuivante; PQ repréſente le demi-diamétre d'un objet éloigné (Fig. 29) & $p\,q$ ſon image formée par la lentille convexe L qui étant la plus voiſine de l'objet, eſt appellée le verre objectif ou l'objectif; dans l'axe de ce verre QL q prolongé, EA repréſente une autre lentille plus convexe que la premiere, ayant cette même droite pour axe, & ayant pour foyer le même point q que la premiere, en ſorte que EL eſt la ſomme de leurs diſtances focales: dans cette ſituation des lentilles je dis que l'objet paroîtra à l'œil placé quelque part en O diſtinct, renverſé & emplifié dans la raiſon de q L à q E, c'eſt-à-dire comme la diſtance focale de l'objectif eſt à celle de l'autre verre qu'on appelle loculaire, car les rayons qui divergent du point q de l'image $p\,q$, étant réfractés par l'oculaire, arriveront à l'œil en O ſuivant des lignes paralleles à l'axe q EO, parce que q E eſt la diſtance focale de l'oculaire, & par la même raiſon les rayons qui divergeront de tout point collatéral p de cette image $p\,q$, ſortiront de loculaire après leur réfraction en A ſuivant des lignes paralleles au rayon PE qui eſt l'axe d'un faiſſeau oblique de rayons, dont une partie divergent de p, & vont tomber ſur la lentille; ainſi un œil qui voit diſtinctement par des faiſſeaux de rayons paralleles, étant placé quelque part en O, à l'inter-

ſection de ces différents faiſſeaux, verra les points de l'objet très-diſtinctement.

Quant à la grandeur apparente de l'image PQ pour l'œil placé au même point O, elle eſt meſurée par l'angle EOA, ou par l'angle égal *q* & *p*; mais pour un œil placé en L ſans le ſecours d'aucun verre, la grandeur apparente de l'objet eſt meſurée par l'angle EOA, ou par l'angle égal *q* E *p*; & comme à la vûe ſimple l'œil étant placé en L, la grandeur apparente de l'objet eſt meſurée par l'angle QLP, ou par l'angle *q* L *p*, ſon égal (l'axe oblique P *l p* étant une droite) il s'enſuit que la premiere de ces grandeurs apparentes eſt à la ſeconde, comme l'angle *q* E *p* à l'angle *q* L *p*, & par conſéquent comme la derniere diſtance *q* L eſt à la premiere *q* E

XXI.

L'objet qui paroît renverſé dans le Théleſcope, (Fig. 30) paroîtra droit & diſtinct en employant deux oculaires BF, CG de plus qui ſoient entr'eux à une diſtance égale à la ſomme de leurs diſtances focales F, G; & lorſque ces diſtances focales ſeront égales entr'elles, l'objet ſera amplifié autant qu'il l'étoit auparavant, car les faiſſeaux des rayons paralleles EOF, AOB, &c. qui ſont continués juſqu'au verre FP, y formeront une ſeconde image ϖ κ ς, & le foyer ϖ de tout faiſſeau oblique OB, ſera déterminé par l'interſection de la ligne ϖ ς perpendiculaire à l'axe commun des verres & de l'axe oblique, tiré parallelement aux rayons incidents ſur la derniere lentille GC, les rayons émergents CD ſeront paralleles à leurs axes

obliques ϖ G, parce que les rayons qui partent de ϖ ſont ſuppoſés ſortir parallelement à l'axe direct, donc pour un œil en D où ces faiſſeaux émergents ſe croiſent, l'objet paroîtra diſtinct & non renverſé ; & quand les verres F & G ſeront exactement égaux, l'image en ſera exctaement au milieu de l'eſpace qui les ſépare, & partant les triangles ϖ F, ϖ G ſeront parfaitement égaux, conſéquemment l'angle CDG qui meſure maintenant la grandeur apparente à l'œil en D ſera égal à l'angle ϖ G, ou ϖ F, ou AOE, qui le meſuroit auparavant pour un œil placé en O.

XXII.

Dans un Théleſcope d'une longueur donnée (Fig. 29 & 30) la quantité des objets embraſſés d'une ſeule vûe, dépend de la largeur de l'oculaire, car ſelon que AE ſera plus grand ou plus petit, l'angle ALE ou ſon égal PLQ ſera auſſi plus grand ou plus petit, & cet angle embraſſe tous les objets qui peuvent être apperçûs à la fois d'un même côté de l'axe de la lunette.

XXIII.

La différence de la lunette ordinaire (Fig. 31) dont ſe ſervent les Aſtronomes à celle de Galilée, qui eſt la lunette la plus vulgaire, conſiſte en ce qu'au lieu de l'oculaire convexe placé derriere l'image pour faire arriver à l'œil les rayons de chaque faiſſeaux par des lignes paralleles, on employe un oculaire concave AE de même diſtance focale, & qu'on place autant au-

devant

devant de l'image que l'autre étoit derriere, en sorte que cet oculaire ouvre les rayons de chaque faisseau qui convergent de q vers p, & les oblige d'arriver à l'œil suivant des lignes paralleles, ainsi qu'il est évident, en concevant que les rayons retournent vers l'oculaire, dont nous supposons que la distance focale étoit E q.

Dans ces lunettes l'œil doit être appliqué contre l'oculaire pour avoir autant de rayons qu'il est possible, & alors supposant qu'un rayon émergent d'un faisseau oblique soit prolongé en arriere vers AO, la grandeur apparente de l'objet sera mesurée par l'angle AOE, ou son égal q E p qui est à l'angle q L p (ou QLp mesure de la grandeur réelle) comme q L à q E, ainsi que dans l'autre Thélescope.

Il est clair par l'article III que les objets dans ce Thélescope, ne paroissent pas renversés.

XXIV.

Le champ ou l'espace qui peut être apperçû d'un seul coup d'œil dans ce Thélescope, ne dépend pas de la largeur de l'oculaire, ainsi que dans le Thélescope Astronomique, mais de la largeur de la pupille de l'œil, parce que la pupille est moindre que l'oculaire, & que les faisseaux latéraux dans ce cas, au lieu de converger vers l'axe s'en écartent, & à cause de cette diminution du champ ces Thélescopes sont bien moins agréables à employer que les autres.

XXV.

Le Thélescope par réfléxion de M. Newton (Fig. 32) amplifie le diamétre d'un objet éloigné en proportion de la distance focale du miroir à la distance focale de l'oculaire & montre les objets renversés Que ST soit l'image d'un objet éloigné PQ formé par la réfléxion de dessus un grand miroir concave AC & terminé par les lignes PESA, QETC menées par son centre E, or parce que cette image ne peut pas être apperçûe en employant un oculaire placé directement devant elle (parce qu'alors le spectateur intercepteroit les rayons qui tombent sur le miroir) on fait ensorte que les différents faisseaux de rayon qui viennent du grand miroir AC soient réfléchis de côté par un petit plan poli représenté par ~~AC h~~ ac, & alors la seconde image *s t u* formée par ce plan est égale à la premiere ST : cela posé, que *t l* soit la distance focale d'un petit oculaire *h l*, & les rayons qui partent de quelque point *ſ* seront réfractés par cette lentille à l'œil en O dans la ligne KO tirée parallelement à l'axe oblique *ſ l*; & ainsi la grandeur apparente de l'objet PQ à l'œil en O sera mesurée par l'angle K *o l* ou *ſlt*; mais à la vûe simple l'œil étant placé en E elle est mesurée par l'angle K *o l* ou *ſl t*, donc la premiere grandeur apparente est à la derniere comme l'angle *ſlt* à l'angle SET ou (à cause que leurs cordes *ſt*, *ſT* sont égales) comme ET à *l t*, ou comme CT à *l t*, quand l'objet est éloigné; quant à ce que l'objet paroît renversé dans ce Thélescope, c'est ce qui est évident par l'article III.

XXVI.

Le Thélescope dioptrique étant difficile à manier quand il amplifie beaucoup, Mr. Newton imagina cet expédient pour racourcir le Thélescope, & le succès répondit merveilleusement à son attente, comme on le verra plus loin lorsque je donnerai les proportions des deux sortes de Thélescopes qui emplifient également; la raison pour laquelle les Thélescopes dioptriques ne peuvent pas être racourcis autant que les catoptriques quoiqu'ils puissent amplifier autant en diminuant les distances focales des oculaires, est fondée sur ce que les images faites par la réfraction des verres convexes étant beaucoup plus imparfaites que celles qui sont produites par la réfléxion des miroirs concaves, ne peuvent pas supporter une aussi grande amplification par le secours de petits oculaires sans paroître confuses, & la principale cause de ces imperfections dans les images, est l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs ainsi qu'il paroît, parce que l'on a vû dans la seconde Partie.

XXVII.

Un microscope double est composé de deux verres convexes placés en E & en L (Fig. 33) la lentille L, voisine de l'objet PQ est très-petite & très-convexe, par conséquent sa distance focale LF est très-courte, la distance LQ du petit objet PQ, est un peu plus grande que LF, ensorte que l'image *pq* peut

être formée à une très-grande diſtance de la lentille; & peut être par conſéquent beaucoup plus grande que l'objet lui-même, cette peinture *p q* étant vûe à travers un oculaire AE, dont la diſtance focale eſt *q* E, paroît diſtincte comme dans un Théleſcope, & en même-tems l'objet paroît amplifié à raiſon de ces deux conſidérations, premierement parce que ſi nous voyons ſon image *p q* à la vûe ſimple, il nous paroît être plus grand que l'objet en même raiſon que L *q* eſt plus grand que LQ, & ſecondement parce que cette image paroît amplifiée par l'oculaire autant que la moindre diſtance, à laquelle on peut voir diſtinctement à la vûe ſimple, eſt plus grande que *q* E diſtance focale de l'oculaire; par exemple ſi cette derniere raiſon eſt celle de 5 à 1, & que la premiere celle de *l q* à LQ, ſoit celle de 20 à 1, alors par ces deux cauſes l'objet paroîtra 5 × 20, ou cent fois plus grand qu'à la vûe ſimple.

XXVIII.

Pour rendre les Microſcopes ainſi que les Théleſcopes propres aux vûes courtes, les lentilles E & L doivent être placées un peu plus près l'une de l'autre, afin que les rayons de chaque faiſſeau ne ſortent pas parallelement, mais tombent en divergent ſur l'œil, par ce moyen la grandeur apparente ſera un peu altérée, mais à peine d'une maniere ſenſible.

XXIX.

La clarté de l'apparence au travers d'un Théleſcope donné eſt plus grande ou moindre à raiſon de l'ouverture de l'objectif, car ſuppoſant que cette lentille ſoit toute couverte de papier à la reſerve d'un petit eſpace laiſſé dans le milieu, les grandeurs des images *p q* dans le foyer des lentilles, & celles qui ſe font ſur la rétine, n'en ſeront pas altérées; mais il y aura moins de rayons dans chaque faiſſeau, & par conſéquent dans chaque point de ces images, ce qui les fera paroître plus obſcures; ſi l'ouverture & les objectifs reſtent les mêmes, les objets paroîtront plus brillants ou plus obſcurs, ſuivant que la diſtance focale de leur oculaire, ſera plus longue ou plus courte, c'eſt-à-dire ſuivant que le Théleſcope ou le Microſcope amplifiera moins ou plus, car la même quantité de Lumiere répandue ſur une plus petite ou plus grande image ou partie de la rétine, la rendra plus brillante ou plus obſcure.

XXX.

Juſqu'ici j'ai toûjours ſuppoſé l'œil placé en quelque point O de l'axe commun des ſurfaces réfringentes ou refléchiſſantes; ſuppoſons maintenant qu'il ſoit placé quelque part en O dans la ligne O *o* (Fig. 34) perpendiculaire à l'axe Q *q*; je dis que toutes les apparences ſeront les mêmes ou au moins qu'elles ne ſeront pas ſenſiblement différentes de ce qu'elles étoient auparavant, car que PQ ſoit la derniere image

d'un objet & PQ la pénultiéme, ou l'objet lui-même; tirant alors *p o*, *q o* qui se rencontrent à la surface la plus proche en *a* & en *c*, les points PQ paroîtront à l'œil en O *o* dans les directions de ces lignes O *a*, O *c*, d'où tirant *p* O qui rencontre la surface A, puisque les directions *o* A, *o a* dans lesquelles P est vû, sont du même côté des directions OC, *o c* dans lesquelles Q est vû, il est évident que la situation apparente des extrêmités PQ est la même dans les deux cas aussi-bien que la grandeur apparente qui est mesurée par l'angle *a o c*, ou *p o q* ou AOC; car les petits angles *p o q* étant soutendus par la même image *p q* à des distances de *o*, & de O à très-peu de chose près égales, ils seront aussi fort peu éloignés d'être égaux; la clarté apparente de l'objet est aussi la même, parce que dans tous les points du plan perpendiculaire représenté par O *o*, la densité des rayons qui arrivent à la pupille, est à peu près la même; car les rayons viennent de la derniere image où y tombent de la même maniere que si c'étoit un corps lumineux, & enfin le degré de netteté apparente ou de confusion est aussi le même, parce que l'angle que la pupille placée en O ou en *o*, soutend en *p* & en *q*, où les inclinaisons réciproques dans chaque faisseau, sont fort près d'être égales.

XXXI.

Il y a sur la vision une observation générale qui mérite d'être rapportée, c'est que la netteté apparente & la confusion d'un objet dépendent de l'inclinaison mutuelle des rayons l'un sur l'autre dans tout faisseau,

lorſqu'ils arrivent ſur l'œil, la grandeur apparente dépend de l'inclinaiſon des rayons principaux des différents faiſſeaux les uns ſur les autres en tombant ſur l'œil, la ſituation apparente dépend de la ſituation réelle des faiſſeaux extrêmes quand ils tombent ſur l'œil; enfin la clarté & l'obſcurité apparente dépendent de la quantité des rayons de chaque faiſſeau.

Remarques ſur quelques difficultés les plus communes dans la conſtruction des grands Théleſcopes.

§ La netteté & la clarté ſont deux qualités eſſentielles à la perfection des Théleſcopes de réfléxion, ces deux qualités en doivent être inſéparables & dépendent uniquement des deux miroirs de métal qui les compoſent; ces miroirs doivent être d'une matiere extrêmement blanche, dure, ſerrée, caſſante & ſuſceptible du poli le plus parfait, d'une couleur blanche tout-à-fait ſemblable au vif argent, & qui conſerve ſon poli ſans ſe ternir; il y a beaucoup de difficulté à figurer régulierement ces miroirs, & à leur conſerver leur figure en les poliſſant; c'eſt dans ce point que ſe trouve, ſuivant moi, la plus grande difficulté de l'art, car c'eſt de-là que dépend toute la netteté, comme c'eſt de la grande vivacité du poli que dépend la clarté de ces ſortes d'inſtruments, afin que la figure réguliere puiſſe ſe ſoutenir dans le travail & ne pas dégénérer, il faut donner un diamétre ſuffiſant au miroir, de ſorte qu'il faſſe au moins cinq degrés du cercle, ou pour mieux dire de la ſphere dont la concavité du miroir fait partie, il ſera toûjours très-difficile de

faire réussir un miroir qui auroit un moindre diamétre, surtout s'il est d'un long foyer; par exemple je pense que dans un Thélescope qui aura quinze ou seize pouces de longueur, le foyer du grand miroir doit avoir neuf pouces, & son diamétre deux pouces: comme ce miroir fait partie d'une sphere creuse de trente-six pouces le diamétre que nous lui avons assigné, fera un arc suffisant de cette même sphere; l'on voit que pour faire un miroir d'un foyer double d'un autre, il faut aussi faire son diamétre double, afin qu'il ait un égal nombre de degrés de la sphere dont sa concavité fait partie.

Un Thélescope dont le grand miroir auroit douze pieds de foyer, doit avoir un très-grand diamétre suivant cette même proportion qui ne se tire guere que de l'expérience. Les difficultés qu'il faut surmonter dans la construction des grands Thélescopes augmentent (à ne considérer seulement que les surfaces des miroirs) en raison du quarré de la longueur de leurs foyers, de sorte qu'un Thélescope de trente-deux pouces qui a le double en longueur d'un Thélescope de seize pouces, est quatre fois plus difficile à exécuter, & ainsi des autres Thélescopes plus grands; ce n'est pas tout, il faut encore donner au miroir une épaisseur raisonnable, afin que le miroir ne plie pas lorsqu'on le polit. Comme l'on ne laisse pas d'employer beaucoup de force, il pourroit s'il étoit trop mince ne se pas polir également, & par conséquent dégénérer de sa figure, c'est à quoi il faut prendre garde, cette matiere est si élastique, que pour peu qu'on presse un miroir monté dans le Thé-

lescope,

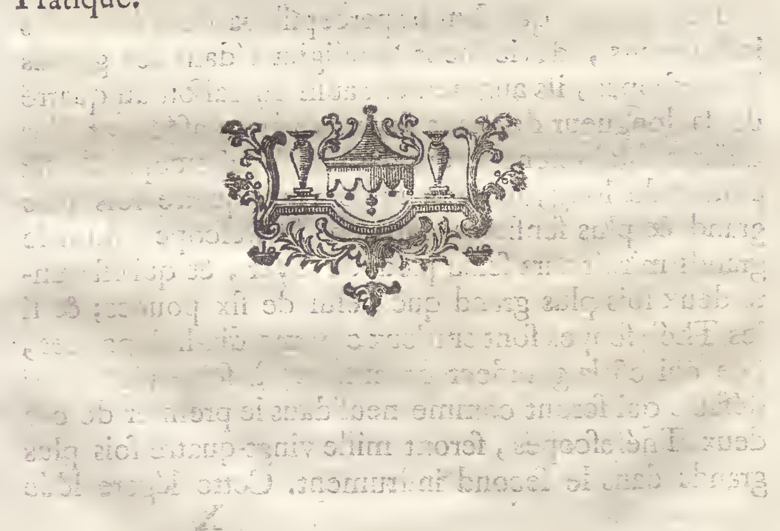
lescope, ce qui arrive si le ressort qui le contient dans sa place est trop roide, qu'alors le miroir en faisant ressort lui-même change de figure & donne des images confuses, c'est d'après l'expérience que j'en parle, & je m'en suis apperçu en serrant imperceptiblement le ressort qui presse le grand miroir dans l'instrument & ensuite en le relâchant.

Un miroir d'un Thélescope de seize pouces de longueur doit avoir cinq lignes d'épaisseur, celui d'un Thélescope de quatre pieds neuf lignes d'épaisseur, enfin le miroir d'un Thélescope de quatorze à quinze pieds, sera au moins de deux pouces d'épaisseur, ce qui fait à cause du diamétre proportionné à la longueur de l'instrument un poids très-considérable; c'est d'après ce que j'ai vû pratiqué, tant dans les Thélescopes Anglois que dans ceux de nos meilleurs Artistes que je crois pouvoir déterminer ces épaisseurs.

Les défauts qui sont imperceptibles dans les petits instruments, deviennent prodigieux dans les grands Thélescopes, ils augmentent aussi en raison du quarré de la longueur de leurs foyers, par conséquent des défauts absolument perdus dans un Thélescope de six pouces de long, seroient mille vingt-quatre fois plus grand & plus sensibles dans un Thélescope, dont le grands miroir aura seize pieds de foyer, & qui est trente-deux fois plus grand que celui de six pouces; & si les Thélescopes sont entr'eux comme dix-huit pouces, (ce qui est la grandeur commune) à seize pieds, les défauts qui seront comme neuf daus le premier de ces deux Thélescopes, seront mille vingt-quatre fois plus grands dans le second instrument. Cette légere idée

que l'on vient de donner des difficultés les plus matérielles qui se rencontrent dans la construction des grands instruments, difficultés ausquelles on pourroit en joindre une multitude d'autres qui naîtroient d'une phisique plus subtile, doit faire sentir d'autant mieux le mérite de ceux qui réussissent dans les grands instruments, & combien on doit leur sçavoir de degré quand ils viennent à vaincre des obstacles presque insurmontables.

Depuis l'impression de cet Ouvrage j'ai appris que le RR. PP. Pezenas Jesuite, Sçavant Professeur d'Hydrographie à Marseille, avoit traduit en entier l'Ouvrage de Mr. Smith, cet Auteur méritoit un Traducteur aussi éclairé, & nos plus habiles Artistes pourront trouver dans ce Traité quand on l'imprimera, d'excellentes instructions, tant pour la Théorie que pour la Pratique.



CHAPITRE TROISIEME.

Où l'on enſeigne à déterminer les proportions des Théleſcopes, ſoit catoptriques, ſoit dioptriques, lorſque l'amplification eſt donnée, ainſi que le degré de clarté & de netteté de l'image.

I.

DAns toutes ſortes de Théleſcopes & de doubles microſcopes, la confuſion apparente d'un objet donné, eſt directement comme l'aire d'aberration du foyer de l'objectif, & inverſement comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire, car dans la viſion à l'œil nud ou au travers des verres, la confuſion apparente d'un objet donné, eſt comme l'aire du cercle d'aberration * dans la peinture faite ſur la rétine, parce que tout point ſenſible de la rétine étant le centre d'un cercle d'aberration, ſera affecté en même-tems d'un mêlange de rayons d'autant de différents faiſſeaux qu'il y a de points ſenſibles dans l'aire de ce cercle & portera par conſéquent à lame une ſenſation confuſe du même nombre de points viſibles de l'objet d'où partent ces faiſſeaux de rayons, & ce nombre de points eſt comme l'aire du cercle d'aberration,

* Voyez la ſeconde Partie, Chapitre 3 ce qui a été dit ſur le cercle d'aberration.

quelle que soit la grandeur d'un point sensible de la rétine. Maintenant lorsque la vision se fait au travers d'un Thélescope, le diamétre d'un cercle d'aberration dans la peinture faite sur la rétine, est comme la grandeur apparente du diamétre du cercle correspondant d'aberration au foyer commun des deux verres ou miroir, c'est-à-dire comme l'angle sou-tendu par le diamétre au centre de l'oculaire, ou ce qui revient au même comme ce diamétre directe, & comme la distance focale de l'oculaire inversement, & ainsi l'aire de ce cercle d'aberration sur la rétine, est comme l'aire du cercle correspondant d'aberration au foyer de l'objectif directement, & comme le quarré de la distance focale de l'oculaire inversement.

II.

De-là il suit que dans toutes sortes de Thélescopes & de doubles Microscopes, un objet donné paroît également distinct quand les distances focales des oculaires sont comme les diamétres des cercles d'aberrations au foyer de l'objectif.

III.

L'aberration dans la confusion qui peut venir des aberrations causées par les oculaires, n'est pas considérée ici comme étant trop peu considérable; nous considérons seulement la confusion de ces points dans l'image qui sont très-voisins de l'axe du Thélescope, tel que le point *q* dans la figure; or si ce point étoit

parfaitement diftinct, les rayons qui en viennent fortiroient de l'oculaire fuivant des lignes qu'on pourroit regarder fans erreur comme paralleles, parce que la largeur de ce cilindre de rayons eft extrêmement petite en comparaifon de la largeur de l'oculaire, qui eft à la largeur de l'ouverture de l'objectif comme leur diftance focale, & que les réfractions à de fi petites diftances de l'axe, font fuffifamment régulieres; c'eft la grandeur de l'ouverture de l'objectif & de la diftance focale qui caufe l'irrégularité dans la réfraction, joignez à cela que les rayons différemment réfrangibles, ne peuvent pas s'écarter fenfiblement en traverfant un auffi petit efpace que celui qui eft entre l'oculaire & l'œil; de plus l'expérience nous apprend que les objets & les images diftincts par eux-mêmes, paroiffent fuffifamment diftincts au travers de très-petits oculaires quand leurs ouvertures font très-petites.

IV.

Dans les Thélefcopes par réfraction, la confufion apparente d'un objet donné eft directement comme l'aire de l'ouverture de l'objectif, & inverfement comme le quarré de la diftance focale de l'oculaire, cela fuit de la propofition premiere, parce que l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif eft comme l'aire de fon ouverture, * & que l'aberration produite par l'oculaire, & par la fphéricité des deux verres ou miroirs eft négligeable.

Dans les Thélefcopes à réfraction, un objet donné paroît également diftinct, quand les diamétres des

* Part. II. Chap. 3. Art. XIV.

ouvertures de leurs objectifs sont comme les distances focales de leurs oculaires.

V.

Dans toutes sortes de Thélescopes ou de doubles Microscopes, la clarté apparente d'un objet donné est comme le quarré de leurs ouvertures linéaires directement, & comme le quarré de leur amplification linéaire inversement.

Car si les quarrés des amplifications linéaires, c'est-à-dire les aires des peintures faites sur la rétine étoient les mêmes, leur clarté seroient comme les quantités de Lumiere qui tombent sur les aires de leurs ouvertures, c'est-à-dire comme les quarrés de ces ouvertures linéaires, & si les ouvertures ou quantités de Lumiere étoient les mêmes la clarté des peintures seroient comme leurs aires inversement, ou comme le quarré de leur amplification inversement; donc lorsque, ni les ouvertures ni les amplifications ne seront les mêmes, la clarté est comme le quarré des ouvertures linéaires directement, & comme le quarré des amplifications inversement *c. q. f. d.* de-là il suit que dans les Thélescopes à réfléxion & à réfraction, un objet donné paroîtra également lumineux quand l'ouverture linéaire sera comme l'amplification linéaire, c'est-à-dire comme la distance focale de l'objectif directement, & comme la distance focale de l'oculaire inversement.

Si la largeur de l'ouverture d'un objectif & la distance focale de l'oculaire augmentent chacune en rai-

ſon donnée, la netteté de la peinture reſtera la même, & l'amplification linéaire diminuera dans la même raiſon, mais la clarté apparente ſera augmentée dans la raiſon quadruplée de la premiere raiſon, & au contraire. Mr. Huguens a remarqué que ces loix pour la netteté des images ne s'accordoit pas exactement avec l'expérience, c'eſt en examinant le même objet par le moyen de différents Théleſcopes, ou avec le même Théleſcope & différentes ouvertures qu'il s'en apperçût, il remarquât que par les plus larges ouvertures, l'objet ne paroiſſoit pas abſolument auſſi net que par la plus petite; il a trouvé encore qu'en regardant des objets plus ou moins lumineux avec la même ouverture, que la confuſion apparente des objets les plus brillants étoit un peu plus grande que celle des objets plus obſcurs, c'eſt pourquoi l'ouverture qui convient aux planetes les plus obſcures, peut être rendue un peu plus large que pour les plus brillantes.

V I.

Dans les Théleſcopes par réfléxion, la confuſion apparente d'un objet donné, eſt comme la ſixiéme puiſſance du diamétre de l'ouverture du miroir directement, & comme la quatriéme puiſſance de la diſtance focale inverſement, & de plus comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire inverſement.

Car l'aire du cercle d'aberration dans le foyer du miroir, eſt comme la ſixiéme puiſſance de ſon ouverture linéaire & comme la quatriéme puiſſance inver-

ſement, * & par conſéquent la confuſion apparente de l'objet eſt comme la ſixiéme puiſſance de l'ouverture linéaire directement, & comme la quatriéme puiſſance de la diſtance focale du miroir inverſement, & de plus comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire inverſement.

VII.

Corollaire. Dans les Théleſcopes à réfléxion, un objet donné paroît également diſtinct quand les cubes des ouvertures linéaires des miroirs ſont comme les ſolides dont les baſes ſont les quarrés des diſtances focales des miroirs & dont les hauteurs ſont les diſtances focales des oculaires, ou quand les diſtances focales des oculaires ſont comme les cubes des ouvertures linéaires des miroirs appliqués aux quarrés de leurs diſtances focales.

VIII.

Dans les Théleſcopes par réfraction de différentes longueurs, un objet donné paroîtra également clair & diſtinct quand leurs ouvertures linéaires & leurs diſtances focales de l'oculaire ſeront l'un à l'autre en raiſon ſous-doublée de leur longueur ou de la diſtance focale de leur objectif, & alors leur amplifications linéaires ſeront en raiſon ſous-doublée de leur longueur, car pour rendre l'objet également lumineux, le pro-

* Partie II. Chap. 3. Art. V.

duit

duit de l'ouverture linéaire & de la distance focale de l'oculaire doit être comme la longueur du Thélescope, & pour le faire voir également distinct l'ouverture linéaire doit être comme la distance focale de l'oculaire : donc pour satisfaire à ces deux points à la fois, il faut que le quarré de l'ouverture linéaire, & le quarré de la distance focale de l'oculaire soient chacun séparément, comme le produit de l'un par l'autre, ou comme le quarré du Thélescope, & conséquemment l'ouverture linéaire aussi bien que la distance focale de l'oculaire, sera comme la racine quarrée de cette longueur. Quant à l'amplification qui est comme l'ouverture linéaire, elle sera donc aussi comme la racine quarrée de la largeur du Thélescope.

IX.

Le Thélescope de comparaison de Mr. Huygens de trente pieds, * comporte une ouverture dont la largeur est de trois pouces, & un oculaire dont la distance focale est de trois pouces trois dixiémes d'après ces mesures, il a formé la Table suivante pour les ouvertures & les oculaires de tous les autres Thélescopes en se fondant sur la regle que voici.

Multipliés le nombre de pieds de la distance focale de l'objectif proposé par 3000, & la racine quarrée du produit, donnera la largeur de son ouverture en centiéme de pouces, & cette même largeur augmen-

* J'ai placé à la fin de ce Chapitre la Table pour les ouvertures & les oculaires des Thélescopes.

tée d'un dixiéme, donnera la diſtance focale de l'oculaire en centiémes de pouces ; quant aux amplifications elles ſont comme les largeurs des ouvertures ; car puiſque le Théleſcope de comparaiſon eſt de trente pieds de diſtance focale pour l'objectif, prenez F pour le nombre de pieds de toute autre diſtance focale, & dite (par la propoſition précédente) comme $\sqrt{30}$ à $\sqrt{F}$, ainſi l'ouverture de comparaiſon trois pouces, ou 300 centiémes, ou $\sqrt{300 \times 300}$ à l'ouverture cherchée qui ſera par conſéquent $\sqrt{3000\,F}$ en centiéme de pouces ; la diſtance focale de l'oculaire du Théleſcope de comparaiſon, eſt $3\frac{3}{10}$ pouces, c'eſt-à-dire $\frac{1}{10}$ de plus que la largeur de l'ouverture de l'objectif, conſéquemment la diſtance focale du nouvel oculaire, doit être $\frac{1}{10}$ de plus de l'ouverture linéaire du nouvel objectif par la derniere propoſition.

X.

Il ajoûte encore les regles ſuivantes pour rendre ſes Théleſcopes propres à toutes ſortes d'objets vûs de jour ou de nuit ; elles ſont reglées dans la Table ſuivante pour les obſervations Aſtronomiques, & demanderont par conſéquent plus de Lumiere que quand on les employe dans le jour ; car quand l'œil eſt ébloui par la clarté du jour, les objets qui de nuit paroîtront ſuffiſamment clairs, ne ſemblent plus qu'obſcurs ; c'eſt pourquoi dit Mr. Huygens, quand je me ſuis ſervi de ces Théleſcopes pour obſerver des objets de jour, j'ai trouvé qu'il falloit changer les oculaires pour les autres, & rendre les diſtances focales doubles

des premieres ; de cette maniere la clarté apparente devient quadruple, parce que les ſurfaces des images au fond de l'œil, étoient diminuées en même proportion ; car comme l'ouverture demeure inaltérée, la quantité de Lumiere l'eſt auſſi, & partant elle en illumine d'autant plus un eſpace moindre.

Maintenant ſi l'ouverture étoit augmentée ſans changer l'oculaire, la clarté croîtroit auſſi ; mais alors l'iris venant de la plus grande aberration ſeroit auſſi plus grand, & par conſéquent cet expédient ne peut être employé.

X I.

Mais, dira-t-on, puiſqu'en ſubſtituant un oculaire d'une plus grande diſtance focale, on diminue la confuſion apparente juſqu'ici examinée ; pourquoi ne pourroit-on pas augmenter l'ouverture de l'objectif, en telle maniere qu'on retrouvât le même degré de confuſion qui appartient au Théleſcope calculé par la table, car on tire de-là plus de Lumiere & la netteté n'eſt pas altérée ; à cela je réponds ce que j'ai déja touché ci-deſſus, que l'iris produit par l'aberration remarquée par Mr. Newton (celle de la diverſité des réfrangibilités) quoique la même en quantité devient plus ſenſible à proportion de la clarté de l'image, car le brillant de l'iris augmente en même-tems, & l'expérience nous apprend qu'auſſi-tôt qu'on augmente l'ouverture des Théleſcopes employés le jour, l'iris qui vient de l'aberration des objets les plus brillants, devient déſagréable & incommode à la vûe, ainſi l'ouverture ne doit donc pas être altérée.

XII.

On demandera encore ſi un Théleſcope ajûſté ſur Saturne, pourra être employé à obſerver la Lune qui eſt cent fois plus brillante, (je veux dire dans chaque partie égale, quoique non dans le tout à cauſe qu'elle eſt dix fois plus voiſine du Soleil) on demandra, dis-je, ſi la largeur de l'ouverture & la diſtance focale de l'oculaire ne pourroit pas être diminuée dans la même proportion, afin de rendre les régions de la Lune, non pas plus brillantes que celles de Saturne, mais beaucoup plus grandes en apparence qu'auparavant: par exemple, dans un Théleſcope de trente pieds, ſi la largeur de trois pouces donnée eſt réduite à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ d'un pouce, c'eſt-à-dire un peu au-deſſous de $\sqrt{\frac{9}{9}}$, ou ce qui revient au même, qu'on la rende un peu moins du tiers de ce qu'elle étoit d'abord, & que de même la diſtance focale de l'oculaire, ſoit raccourcie dans la même proportion, les clartés apparentes dans ces deux Théleſcopes, l'objet étant le même devroient être en raiſon quadruplée de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$, c'eſt-à-dire dans le rapport de 100 à 1, & puiſque les régions de la Lune ſont cent fois plus brillantes que celles de Saturne, la Lune devroit paroître auſſi brillante dans le Théleſcope le plus obſcur que Saturne dans le Théleſcope le plus lumineux; de plus la confuſion apparente juſqu'ici conſidérée, ſeroit auſſi la même dans les deux, & l'amplification de la Lune ſeroit plus grande que celle de Saturne dans la raiſon de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$, qui eſt un peu plus que triple, ainſi cette ré-

duction de l'ouverture & de l'oculaire ſemble très-avantageuſe ; mais dans la réalité il en eſt tout différemment, & cela par deux raiſons. 1°. Parce que les petites parties de la Lune peuvent être mieux diſcernées quand toute la Lumiere demeure dans le Théleſcope, que quand on l'a réduit à une centiéme partie, quoique non pas dans la même proportion. 2°. Parce que quand l'ouverture eſt trop reſſerrée, le contour des peintures ou de l'image dans l'œil devient confus, ce à quoi il eſt eſſentiel de faire attention ainſi qu'aux limites de cette confuſion, il eſt certain qu'à meſure qu'on reſſerre l'ouverture, les petits faiſſeaux ou cilindres de rayons qui ſortent de l'oculaire & viennent à l'œil, ſont contractés auſſi dans la même raiſon ; or ſi la largeur d'un de ces faiſſeaux eſt moindre que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, c'eſt-à-dire moindre que $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{72}$ de pouce, le contour de l'image ſera gâté par quelque raiſon inconnue qui dépend de la conſtruction de l'œil, ſoit que cela vienne de la choroïde ou de la retine, ou des humeurs, car en regardant au travers d'un trou moindre * d'un $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne fait dans une plaque mince, le tranchant des objets commence à paroître confus, &le devient d'autant plus que ce trou eſt fait plus petit, maintenant il eſt aiſé de montrer dans le dernier Théleſcope dont on vient de parler,

* On pourroit expliquer aſſez facilement ce me ſemble la confuſion que l'on trouve dans le contour d'un objet lorſqu'on le regarde par un très-petit trou en la rapportant à l'attraction des parois du trou ſur les rayons de Lumiere qui fait le même effet que dans l'expérience des couteaux dont nous avons parlé, premiere Partie, Chapitre 3 ; mais quant à l'inconvénient du trop grand reſſerrement des faiſſeaux de rayons produit par l'objectif, la difficulté me paroît beaucoup plus grande.

que le cilindre des rayons eſt fort mince, car en augmentant l'ouverture de $\frac{1}{10}$, la diſtance focale de l'oculaire devient $\sqrt{\frac{9}{10}} + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$, ou $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce, & à cauſe des triangles ſemblables ſous-tendus au foyer commun *q*, par l'ouverture & par le cilindre cherché, la diſtance focale de l'objectif eſt à la diſtance focale de l'oculaire, comme la largeur de l'ouverture à la largeur du cilindre; ainſi pour avoir cette largeur on dira comme 30 pieds ou 360 pouces à $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ pouces, ainſi $\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce à $\frac{11}{4000}$ pouces, qui eſt envion $\frac{1}{30}$ de ligne, quantité bien moindre que $\frac{1}{6}$ de ligne; mais dans les Théleſcopes reglés par la Table ſuivante; on a comme 360 à 3 $\frac{1}{10}$, ainſi 3 à $\frac{11}{400}$ de pouce ou environ $\frac{1}{3}$ ligne pour la largeur de ce cilindre, ce qui ne peut avoir aucun inconvénient; de-là nous voyons comment la largeur de l'ouverture & la diſtance focale de l'oculaire, ne peuvent pas être contractées plus d'un tiers de leur grandeur, car même alors la largeur du cilindre à l'œil n'excédera pas beaucoup $\frac{1}{5}$ de ligne; on doit attendre la même choſe des Théleſcopes de toutes les longueurs reglées d'après la Table, la largeur du cilindre étant la même dans tous; car ſuivant la proportion dont nous venons de porter, elle égale la largeur de l'ouverture multipliée par la diſtance focale de l'oculaire & diviſée par la diſtance focale de l'objectif, & conſéquemment elle eſt proportionnelle à l'ouverture directement & à l'amplification linéaire inverſement, & ces deux raiſons doivent compoſer une raiſon d'égalité pour conſerver la même clarté apparente par l'Art. III.

XIII.

Ainſi quoique nous employons pour Venus un de ces Théleſcopes diſpoſé pour Saturne, & que la Lumiere de Venus ſoit deux cens vingt-cinq fois plus brillante, étant quinze fois plus voiſine du Soleil, il arrive cependant que la largeur de l'ouverture ne doit pas être contractée de plus de $\frac{1}{3}$ du total, & s'il reſte encore trop de Lumiere, on la diminuera en obſcurciſſant l'oculaire avec la fumée d'une chandelle, car outre la raiſon que nous venons d'apporter contre la contraction de l'ouverture ; il y a encore celle-ci que toutes les petites bules & veines de l'oculaire deviennent plus ſenſibles à la vûe, en interpoſant en entier ou en grande partie ces petits cilindres dont on vient de parler, & par conſéquent les particules de l'objet d'où elles viennent.

XIV.

De tout ceci je conclus que nous pouvons allonger nos Théleſcopes à volonté ſuivant les loix données dans la Table ſans manquer de réuſſir, non-ſeulement parce que la clarté & la netteté reſteront les mêmes, mais encore parce que la largeur des faiſſeaux qui entrent dans l'œil ne ſera pas non plus altérée ; enfin pour obſerver des Etoiles extrêmement petites, principalement les ſatellites de Jupiter & de Saturne ; le meilleur moyen eſt d'augmenter conſidérablement l'ouverture & la diſtance focale de l'oculaire, car puiſque ces Aſtres paroiſſent comme des points mê-

mes au travers des Thélescopes, il n'y auroit rien à gagner de s'efforcer d'augmenter leur diamétre, mais leur Lumiere doit être augmentée autant qu il est possible, & c'est ce qui est principalement produit par l'augmentation des ouvertures en doublant leur largeur, la Lumiere qui y est reçûe devient quadruple, & doublant alors aussi la distance focale de l'oculaire, la netteté se retrouve la même que dans le premier cas, mais la clarté n'en deviendra pas pour cela seize fois plus considérable, à cause que comme je l'ai dit, l'image de l'étoile sur la rétine n'est qu'un point sensible, dont la clarté ne sçauroit par conséquent être augmentée par une diminution de sa largeur, mais seulement par une augmentation de nouvelle Lumiere; il n'en est pas de même lorsque nous appercevons la Lune & les planetes principales avec le même Thélescope, dont les différentes parties reçoivent seize fois plus de Lumiere qu'auparavant, ainsi en élargissant l'ouverture nous rendrons le Thélescope beaucoup plus propre à découvrir les petites Etoiles & les Satellites de Jupiter & de Saturne, au point qu'avec un Thélescope de trente pieds, dont l'ouverture sera de six pouces ou double de l'ouverture ordinaire, on pourra tirer autant de secours pour les observations que d'un Thélescope de cent vingt pieds, dont l'ouverture seroit, suivant la Table, de six pouces.

X V.

Dans les Thélescopes à réfléxion de diverses longueurs, un objet donné paroîtra également brillant & également

également distinct quand leurs ouvertures linéaires, ainsi que leurs amplifications seront comme les racines quarrées des cubes de leur longueur, que A soit l'ouverture linéaire du miroir concave, L sa distance focale ou la longueur du Thélescope, F la distance focale de l'oculaire, on aura par l'Article VII, quand la netteté est donnée, l'amplification ou $\frac{L}{F}$ est comme A (III) ou ce qui revient au même F comme $\frac{L}{A}$; donc quand la clarté & la netteté sont données à la fois, on aura A^3 comme $\frac{L^3}{A}$, ou A^4 comme L^3, ou A comme $\sqrt[4]{L^3}$; mais l'amplification $\frac{L}{F}$ étoit comme A, c'est-à-dire comme $\sqrt[4]{L^3}$, donc F est comme $\frac{\sqrt[4]{L^4}}{\sqrt[4]{L^3}}$, ou $\sqrt[4]{L}$ *c. q.* F. D.

π comme (§. VII.) LLπ, ou comme LL. $\frac{L}{A}$, ou $\frac{L^3}{A}$.

XVI.

Dans le Thélescope par réfléxion fait & décrit par M. J. Hadley de la Société Royale de Londres, dans les Transactions Phylosophiques, N°. 376 & 378, $L = 62\frac{1}{2}$ pouces, $F = \frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{10}$, ou $\frac{11}{40}$ de pouces, car il donne trois différents oculaires avec les ouvertures respectives du miroir concave, dont les diamétres sont $4\frac{1}{2}$ pouces, 5 pouces & $5\frac{1}{2}$ pouces; de-là les amplifications linéaires ou $\frac{L}{F}$ sont respectivement comme $187\frac{1}{2}$, $208\frac{1}{3}$, $227\frac{3}{11}$, prenant l'oculaire

moyen & l'ouverture qui y répond pour baſe. J'ai calculé la Table ſuivante de toutes les longueurs, à donner aux Théleſcopes en me fondant ſur cette regle.

Soit L le nombre de pouces contenus dans la longueur du Théleſcope, la diſtance focale de ſon oculaire ſera égale à $60 \sqrt[4]{10 L}$ en milliémes de pouce; diviſant alors L par $60 \sqrt[4]{10 L}$ ou F, le quotient ſera l'amplification, qui multipliée par 24 donnera l'ouverture linéaire en milliémes de pouce; car par la prop. préc. $\sqrt[4]{L}$ eſt comme F, c'eſt-à-dire que $\sqrt[4]{62 \frac{1}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{125}{2}}$, ou $\sqrt[4]{\frac{625}{10}}$, ou $5 \sqrt[4]{\frac{1}{10}}$ eſt à $\sqrt[4]{L}$, comme $\frac{3}{10}$, ou 300 milliémes de pouces, au nombre de milliémes de pouces de l'oculaire correſpondant, ou $F = 60 \sqrt[4]{10 L}$, & l'ouverture étant comme l'amplification par la préſente propoſition, dite comme l'amplification donnée ou $208 \frac{1}{3}$, eſt à $\frac{L}{F}$, amplification trouvée, ainſi 5 pouces ou l'ouverture donnée ſont à l'ouverture cherchée $\frac{5}{208 \frac{1}{3}} \times \frac{L}{F} = \frac{24 L}{1000 F}$ en pouces.

XVII.

Sans l'inégale réfrangibilité des rayons, les Théleſcopes à réfraction, quoique moins cours que ceux à réfléxions, auroient auſſi leur longueur déterminée par cette même régle, laquelle ne s'accordant pas avec l'expérience, eſt une nouvelle preuve de ce que

l'aberration produite par la ſphéricité des verres, eſt très-peu de choſe en comparaiſon de celle qui vient de l'inégalité des denſités des différents rayons.



Longueur des téleſcopes ou diſtances focales des objectifs.	*Ouverture linéaire des objectifs.*	*Diſtance focale des oculaires.*	*Amplification linéaire.*
Pieds.	Pouc. & déc.		
1	0.55	0.61	20
2	0.77	0.85	28
3	0.95	1.05	34
4	1.09	1.20	40
5	1.23	1.35	45
6	1.34	1.47	49
7	1.45	1.60	53
8	1.55	1.71	56
9	1.64	1.80	60
10	1.73	1.90	63
13	1.97	2.17	72
15	2.12	2.32	77
20	2.45	2.70	89
25	2.74	3.01	100
30	3.00	3.30	109
35	3.24	3.56	118
40	3.46	3.81	126
45	3.67	4.04	133
50	3.87	4.26	141
55	4.06	4.47	148
60	4.24	4.66	154
70	4.58	5.04	166
80	4.90	5.39	178
90	5.20	5.72	189
100	5.48	6.03	199
120	6.00	6.60	218
140	6.48	7.13	235
160	6.93	7.62	252
180	7.35	8.09	267
200	7.75	8.53	281
220	8.12	8.93	295
240	8.48	9.33	308
260	8.83	9.71	321
280	9.16	10.08	333
300	9.49	10.44	345
400	10.95	12.05	398
500	12.25	13.47	445
600	13.42	14.76	788

Long. des téleſcop. ou diſtance focale du miroir concave.	*Diſtance focale de l'oculaire.*	*Amplification linéaire.*	*Ouverture linéaire du miroir concave.*
½ pieds.	Milliemes de pouces.		Milliemes de pouces.
1	0.167	36	0.864
2	0.199	60	1.440
3	0.236	102	2.448
4	0.261	138	3.312
5	0.281	171	4.104
	0.297	202	4.848
6	0.311	232	5.568
7	0.323	260	6.240
8	0.334	287	6.888
9	0.344	314	7.536
10	0.353	340	8.160
11	0.362	305	8.760
12	0.367	390	9.360
13	0.377	414	9.936
14	0.384	437	10.488
15	0.391	460	11.040
16	0.397	483	11.592
17	0.403	506	12.143

CES proportions dans la Table de Mr. Huguens pour les téleſcopes à réfraction, ont pour échelle le pied du Rhin qui eſt au pied Anglois, comme 139 à 135, en ſorte qu'en prenant leur longueur d'autant de pieds Anglois, leur ouverture & leur oculaires, & les amplifications linéaires, doivent être diminuées dans la raiſon ſousdoublée de 139 à 135, par l'article 8 du Chapitre 3 ; ce qui eſt à peu près la raiſon de 139 à 137, ou environ $\frac{1}{69}$ ou $\frac{1}{70}$ du tout.

LE Problême dont on va trouver la ſolution appartient à la Catoptrique, & je le donne dans cet ouvrage où il paroîtra placé; comme l'on peut être curieux de ſçavoir la différence des effets d'un miroir plan & d'un miroir ſphérique, j'ai jugé à propos de rapporter ici ce que j'ai démontré dans les Mémoires de l'Académie à l'occaſion du nouveau miroir que M. de Buffon a fait conſtruire en 1748.

PROBLEME.

Trouver la quantité de Lumiere réfléchie par un miroir circulaire & plan à une diſtance quelconque.

Que TAR repréſente un miroir plan circulaire quelconque, expoſé perpendiculairement à l'action des rayons du Soleil, & FG un plan placé à une diſtance telle que l'on voudra du miroir; on demande la quantité de Lumiere reçûe ſur le plan, en ſuppoſant qu'il ſoit perpendiculaire à l'axe AB du miroir TAR, & qu'il ſoit terminé par un cercle d'un rayon donné BF.

Voy. l'exp[illegible] à la fin de cet ouvrage

Si on imagine que de tous les points de la circonférence TR on tire des lignes qui atteignent les extrêmités du cercle SNHN qu'on ſuppoſe placé à l'infini, & repréſenter le diſque du Soleil, on aura un cone, dont le ſommet ſeroit en L dans le prolongement de l'axe AC, à une diſtance telle que l'angle TLR ſeroit d'environ 32′, c'eſt-à-dire, l'angle ſous

lequel on voit le diamétre du Soleil: ce cone renfermera tous les rayons que le Soleil darde sur le miroir; de plus les sections de ce cone, par des plans quelconques, représenteront toûjours les images du Soleil que le miroir TAR renvoye sur ces plans. Quant aux degrés de Lumiere qu'auront ces différentes images, & les différentes parties de la même image, ils seront variables. En supposant que TIR soit le cone donné par les rayons TI, RI, qui deviennent les rayons ST, HR, &c: après leur réfléxion, lequel cone est égal & opposé au premier TLR, il est clair que toutes les tranches de ce dernier seront d'un même ton de Lumiere, & que cette Lumiere, tant que le plan coupant sera entre A & I, sera composée des rayons de tout le disque du Soleil: il est clair aussi que les tranches du même cone qui seront par de-là le point I, ne seront éclairées que d'une partie du disque du Soleil, laquelle sera un cercle, dont le rayon sera à celui du disque du Soleil, comme la distance AI est à la distance du miroir au plan coupant; enfin toutes les parties des tranches ou images, qui seront entre le cone opposé TIR, & le cone tronqué STRH, ne seront éclairées que par des parties du disque, telles que NXNH terminées par deux segmens de cercle NXN, NHN. Pour trouver l'espace NXNH, qui éclaire un point quelconque P, du cercle FG, présenté en GB pour recevoir la réfléxion du miroir, on menera PQ perpendiculaire sur le plan du miroir, & double de la distance de P au miroir; prenant ensuite Q pour sommet, & le cercle TR pour base, on imaginera un cone XTQRV, &

la ſection XN, VN de ce cone par le plan où l'on ſuppoſe le diſque du Soleil, donnera un cercle dont la partie NXNH commune au diſque du Soleil, ſera la partie qui éclaire le point P.

Si on veut donc avoir la partie de Lumiere reçûe ſur un plan quelconque FG, il faudra le regarder comme compoſé d'une infinité de petites couronnes Plp, chacune éclairée par un ſegment NXNH du diſque du Soleil; prendre enſuite la ſomme de toutes ces petites quantités de Lumiere, pour avoir toute la Lumiere reçûe par la couronne, dont la largeur eſt EF, & y ajoûter la Lumiere uniforme reçûe par le cercle, dont le rayon eſt BE, laquelle Lumiere vient de tout le diſque du Soleil, ou d'un cercle retranché ſur ce diſque ſuivant que le plan FG ſera en-deçà ou en de-là de I.

Soient nommés préſentement le rayon AT, α; la hauteur AI du cone TIR, dont l'angle générateur eſt de 16 minutes; a; la diſtance BA, du plan donné au miroir; $\frac{a}{m}$; le rayon du diſque du Soleil; 1; la ſurface entiere de ſon diſque; ∂; le rayon Bp de la couronne quelconque Plp; x; $\frac{c}{r}$ le rapport de la circonférence au rayon; l'on aura $\frac{cxdx}{r}$ pour la ſurface de la petite couronne Plp, & il ne ſera plus queſtion que de multiplier cette couronne par l'eſpace NXNH pour avoir la quantité de Lumiere qu'elle reçoit; mais pour avoir l'eſpace NHNX, il faut commencer par trouver le centre & le rayon du cercle XNV. On voit d'abord

est à celui du disque comme la distance AL est à la distance AM.

que le centre O se trouvera en prolongeant QA, & que la distance CO de ce centre à celui du Soleil sera exprimée par $\frac{mx}{a}$; on verra de même que le rayon QX ou QV aura pour valeur m : nommant alors z la perpendiculaire NK abaissée du point N où le cercle XNV coupe le disque du Soleil, on aura $2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-zz)}}$ pour la valeur du segment NSNK, & $2\int\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$ pour celle du segment NKNX, d'où . . . . $D - 2\int\frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} + 2\int\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$, sera la partie XNHN du Soleil qui éclaire la couronne Plp, & $\frac{Dcxdx}{r} - \frac{2cxdx}{r}\int\frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{2cxdx}{r}\int\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$ la quantité de Lumiere reçûe par cette couronne; quantité qu'il ne s'agit que d'intégrer pour avoir la Lumiere reçûe sur toute la couronne dont la largeur est PE.

Avant de substituer dans cette quantité à la place de x sa valeur en z, on peut mettre son intégrale sous cette forme, $\frac{Dcxx}{2r} - \frac{cxx}{r}\int\frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{c}{r}\int\frac{xxzzdz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{cxx}{r}\int\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}} - \frac{c}{r}\int\frac{xxzzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$, dont les deux premiers termes & le quatriéme n'ont pas besoin de la relation entre x & z, puisqu'ils sont déja intégres & aussi simples qu'ils puissent l'être.

Quant aux deux autres termes $\frac{c}{r}\int\frac{xxzzdz}{\sqrt{(1-zz)}} - \frac{c}{r}$

$\int \frac{xxzzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$, il eſt évident qu'ils ont beſoin de la transformation de z en x, ou de celle de x en z. Pour faire cette transformation, je remarque que $\frac{mx}{\alpha}$ ou CO doit être égal à KO — KC ou à . . . . . . $\sqrt{(mm-zz)} - \sqrt{(1-zz)}$ & j'ai $x = \frac{\alpha}{m}$ $[\sqrt{(mm-zz)} - \sqrt{(1-zz)}]$ qui donne $xx = \frac{\alpha^2}{mm}[mm+1-2zz-2\sqrt{(mm-zz)}\sqrt{(1-zz)}]$; & par conſéquent pour $\frac{c}{r}\int\frac{xxzzdz}{\sqrt{(1-zz)}}$ $- \frac{c}{r}\int\frac{xxzzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$ la quantité . . . .

$$\frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int[mm+1-2zz-2\sqrt{(mm-zz)}\sqrt{(1-z^2)}]\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} - \frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int[mm+1-2zz-2\sqrt{(mm-zz)}\sqrt{(1-zz)}]\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$$

qui ſe réduit à $\left[\frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int\left[\frac{(mm+3)zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} - \frac{(3mm+1)zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}\right]\right.$ $\left. + 4\frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int\left[\frac{z^4dz}{\sqrt{(mm-zz)}} - \frac{z^4dz}{\sqrt{(1-zz)}}\right]\right]$ ou à $\frac{\alpha\alpha c}{mmr}$ $\int\left[\frac{mmzzdz}{\sqrt{1-zz)}} - \frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}\right] + \frac{\alpha\alpha c}{mmr}[z^3\sqrt{(1-zz)}$ $- z^3\sqrt{(mm-zz)}]$ à cauſe que $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(1-zz)}} = -\frac{1}{4}$ $z^3\sqrt{(1-zz)} + \int\frac{3zzdz}{4\sqrt{(1-zz)}}$, & que $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(mm-zz)}}$ $= -\frac{1}{4}z^3\sqrt{(mm-zz)} + \frac{3mmzzdz}{4\sqrt{(mm-zz)}}$; on a donc

[Voyez le revers de la premiere Planche

par ce moyen pour l'intégrale entiere ou la Lumiere reçûe sur la couronne PE, la quantité $\frac{\mathfrak{D}cxx}{2r} - \frac{cxx}{r}\int\frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{cxx}{r}\int\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}} + \frac{\alpha\alpha c}{mmr} \ldots \left[mm\int\frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} - \int\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}\right] + \frac{\alpha\alpha c}{mmr}\left[z^3\sqrt{(1-zz)} - z^3\sqrt{(mm-zz)}\right] + \frac{\mathfrak{D}c}{2r}(BE^2)$ où j'ai ajouté la constante $\frac{\mathfrak{D}c}{2r}(BE^2)$, afin que x étant égal à BE, tout se détruise.

Or cette valeur, en mettant à la place de $2\int\frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}}$ sa valeur NHNS, & de $2\int\frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$ sa valeur NKNX, à la place de $\sqrt{(mm-zz)} - \sqrt{(1-zz)}$ sa valeur $\frac{mx}{\alpha}$, se changera en $\frac{cxx}{2r}\times NXNH + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}\times(mm-1)\times NKNS + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}\times NXNS - \frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS} - \frac{\mathfrak{D}c}{2r}\times BE^2$, ou $\left(\frac{cxx}{2r} - \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}\right)NXNH + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}\times(mm-1)\times NKNS - \frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS} + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}\times\mathfrak{D} - \frac{\mathfrak{D}c}{2r}\times BE^2$.

Si on suppose que le plan FLP soit placé en deçà de BE, pour avoir la Lumiere totale qu'il reçoit, il faudra ajoûter à cette quantité $\frac{\mathfrak{D}c}{2r}\times BE^2$ qui exprime la

Lumiere reçûe par le cercle dont le rayon eſt BE, & elle ſe réduira alors à $\left(\frac{cxx}{2r} - \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}\right)$ NXNH $+ \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}(mm - 1) \times \text{NKNS} - \frac{\alpha cx}{mr} \times \frac{\text{NK}^3}{\text{CS}}$ $+ \frac{cx\alpha\mathfrak{D}}{2mmr}$.

Si on veut comparer maintenant l'effet d'un miroir plan avec celui d'un miroir concave de même grandeur, dont le foyer ſeroit au centre du cercle FG, on remarquera que l'étendue du foyer de ce miroir à la diſtance AB doit être un cercle, dont le diamétre ſoit égal à la corde de l'angle de 32 minutes, ſous lequel on voit le Soleil, & que le rayon de ce cercle doit être au rayon du miroir comme AB à AI; de-là on conclura qu'il faudra faire $x = \frac{\alpha}{m}$ dans la valeur précédente, pour avoir la quantité de Lumiere que l'eſpace occupé par le foyer du miroir concave, recevroit du miroir plan de même étendue.

Or faiſant cette ſubſtitution on a, $\frac{\alpha\alpha c}{2mmr} \times (mm - 1)$ $\times \text{NKNS} - \frac{\alpha\alpha c}{mmr} \times \frac{\text{NK}^3}{\text{CS}} + \frac{\alpha\alpha c\mathfrak{D}}{2mmr}$, ou $\frac{\alpha\alpha c}{2mmr}$ $\left[(mm - 1)\,\text{NKNS} - \frac{2\,\text{NK}^3}{\text{CS}} + \mathfrak{D}\right]$ qui exprime donc la quantité de Lumiere reçûe dans le même eſpace que le foyer du miroir concave.

Mais la quantité de Lumiere donnée par le miroir ſphérique ſur le même eſpace, eſt le produit du diſ-

* Car supposant par ex. BP être le rayon extrême du foyer du miroir, vû de A sous l'angle de 16', et par conséquent étant aussi [illegible] 16' = ALR, la ligne [illegible] sera parallèle à LR, et prolongée elle rencontrera le disque du Soleil en H, [illegible] donc H sera le centre du cercle XNV, qui est le cercle extrême [illegible] rencontré de la LR [illegible] intégrale.

que du Soleil par le miroir, c'eſt-à-dire, $\mathcal{D} \times \frac{c\alpha\alpha}{2r}$; donc le rapport des effets des deux miroirs eſt celui de $\mathcal{D}$ à $\frac{\mathcal{D}}{mm} - \frac{2\,NK^3}{m^2\,CS} + \frac{(mm-1)}{mm} \times NKSN$. Pour conclure ce rapport en nombres, on remarque que le centre du cercle XNV tombe alors en H*, ce qui donne tout de ſuite la poſition de N, & par conſéquent NK & l'eſpace NKSN.

Si on ſuppoſe, par exemple, le foyer du miroir concave en I, & que ce ſoit en ce point qu'on place le corps qui doit recevoir l'image du Soleil, on aura dans ce cas $m = 1$, & par conſéquent le cercle NXNV égal au diſque du Soleil, & pour NK le ſinus de 60°; donc le rapport précédent deviendra celui de

$$\mathcal{D} : \mathcal{D} - 2 \times \overline{\text{ſin. } 60^\circ}^3, \text{ ou } \mathcal{D} : \mathcal{D} - \tfrac{3}{2}\sqrt{(\tfrac{3}{4})},$$

c'eſt-à-dire que l'effet du miroir plan ſera à celui du miroir ſphérique, comme 184 à 314, ſi l'on veut que AT ou $\mathcal{D} = \frac{1}{2}$ pied: ſi le plan eſt au ſommet du cone de réfléxion comme $m = 1$, l'effet du miroir plan à une diſtance d'environ 50 pieds, ſera à celui du miroir concave, comme 184 à 314.

Si $m = \frac{1}{2}$, ou AB = 2 AI, la formule donnera

$$\mathcal{D} : 4\mathcal{D} - 3\,NKNS - \frac{8(NK)^3}{CS} = 314 : 248.$$

⊥ Alors à la diſtance de 100 pieds ou environ, les effets du miroir plan & du miroir concave ſeront entr'eux comme 248 à 314.

Enfin faiſant $m = \frac{1}{3}$, ou AB = 3 AI, la formule

$\mathcal{D} = \frac{314}{100} \times \text{rayon}^2 = \frac{314}{100} \cdot \frac{1}{4}$ [illegible]

$\sqrt{3} = 1{,}73$; $\frac{3}{4}\sqrt{3} = \frac{130}{100}$. Donc $\mathcal{D} - \frac{3}{4}\sqrt{3} = \frac{314}{100} - \frac{130}{100} = \frac{184}{100}$

Donc $\mathcal{D} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}} : \mathcal{D}$ :: $\frac{184}{100} : \frac{314}{100}$ :: 184 : 314

⊥ Voyez la feuille avant la figure de la Planche 6e

générale donne $\partial : 9\partial - 8\,NKNS - \frac{18(NK)^3}{CS}$ $= 314 : 267$, ce qui montre qu'à la diſtance de 150 pieds, les effets du miroir plan & du miroir concave, ſont entr'eux comme 267 à 314; d'où l'on voit que les effets approcheront d'autant plus d'être égaux, que les diſtances augmenteront, c'eſt-à-dire, que la fraction qui exprime m ſera plus petite; mais dans le cas où l'on déſireroit une démonſtration plus détaillée de ce qu'on eſt en droit, lorſque le plan eſt placé par-delà le point I, de faire par une ſimple ſubſtitution $m =$ une fraction quelconque; nous ajoutons pour le ſecond cas ce qui va ſuivre, & l'on verra que les réſultats ſont préciſément les mêmes que ſi l'on avoit ajouté, pour la complétation de l'intégrale dans le ſecond cas, une quantité proportionnelle à la partie du diſque retranchant : on trouvera de la même maniere la quantité de Lumiere reçûe ſur un plan qui ſera de l'autre côté de I, & un coup d'œil ſur la deuxiéme figure, mettra au fait des changemens néceſſaires; l'eſpace XNHN qui éclaire le point P, eſt en ce cas le cercle XNVN, ou $\partial m m$ moins le ſegment KNVN, plus le ſegment NKNH, & a pour expreſſion $m^2\partial + 2\int\frac{zz\,dz}{\sqrt{(1-zz)}} - 2\int\frac{zz\,dz}{\sqrt{(mm-zz)}}$, & la ligne CO ou $\frac{mx}{a}$ eſt alors $\sqrt{(1-zz)} - \sqrt{mm-zz}$;) de là il ſuit que la quantité de Lumiere reçûe par la petite couronne Plp, eſt $\partial\frac{m^2\,cx\,dx}{r} + \frac{2\,cx\,dx}{r}\int\frac{zz\,dz}{\sqrt{(1-zz)}}$

* Voyez le revers de la Planche seconde.

$-\frac{2cxdx}{r}\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$, qui donne étant intégrée * & complete, $\frac{mm\Delta cxx}{2r}+\frac{cxx}{2r}\left(\frac{2\int zzdz}{\sqrt{(1-z^2)}}-\frac{2\int zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}\right)$ $+\frac{c\alpha^2}{mmr}\left[\frac{\int zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}-\frac{\int mmzzdz}{\sqrt{(1-zz)}}-z^3\sqrt{(1-zz)}\right.$ $\left.+z^3\sqrt{(m^2-z^2)}\right]-\frac{\Delta c}{2r}BE^2mm$, qui se change I en $\frac{cxx}{2r}\times NXNH+\frac{c\alpha^2}{2mmr}(1-mm)NHNK$ $+\frac{c\alpha\alpha}{2mmr}\times NVNH-\frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS}-\frac{\Delta cBE^2}{2r}$ $\times mm$, ou $\left(\frac{cxx}{2r}-\frac{c\alpha^2}{2mmr}\right)NXNH+\Delta mm\times\frac{c\alpha^2}{2mmr}$ $+\frac{c\alpha^2}{2mmr}\times(1-mm)NHNK-\frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS}$ $-\frac{\Delta cm^2BE^2}{2r}$, à laquelle ajoutant $\frac{\Delta cmmBE^2}{2r}$ qui exprime la Lumiere reçûe sur le cercle dont le rayon est BE, lequel est éclairé de la partie Δmm du disque du Soleil, on aura $\left(\frac{cxx}{2r}-\frac{\alpha^2c}{2mmr}\right)NXNH+\frac{c\alpha^2}{2mmr}[\Delta mm$ $+(1-mm)NHNK]-\frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS}$, pour la Lumiere reçûe sur le cercle PBp.

I Voyez le revers de la Planche troisième.

Cette valeur se trouve étant et ajoutant à la valeur précédente le terme $\frac{c\alpha^2}{2mmr}\cdot m^2\Delta$ ou $\frac{c\alpha^2}{2mmr}\cdot XNVN$

Si on fait ensuite $x=\frac{\alpha}{m}$ dans cette valeur, ce qui rend ce cercle égal au foyer du miroir supposé sphé-

tirque, cette expreſſion ſe réduira à celle-ci $\frac{c\alpha\alpha}{2mmr}$. $[\mathcal{A}mm + (1 - mm)\,NHNK - \frac{2NK^3}{CS}]$. Si on veut donc alors comparer l'effet du miroir ſphérique à celui du miroir plan, on aura pour leur rapport celui de $\frac{c\alpha^2}{2r}\mathcal{A} : \frac{c\alpha\alpha}{2mmr}[\mathcal{A}mm + (1 - mm)\,NHNK - \frac{2NK^3}{CS}]$ ou $\mathcal{A} : \mathcal{A} + \frac{1-mm}{mm}\,NHNK - \frac{2NK^3}{mmCS}$, rapport qu'on évaluera comme dans le premier cas, en déterminant le point N par cettte condition que le centre du cercle NXNV eſt alors en H. Si on ſuppoſe, par exemple, $m = \frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que le plan FG qui reçoit l'image du Soleil ſoit placé à une telle diſtance du miroir ſphérique TR, que l'image du Soleil ſoit double de celui du miroir, ce rapport deviendra celui de $\mathcal{A} : \mathcal{A} + 3\,NHNK - \frac{8NK^3}{CS}$. Pour évaluer ce rapport en nombres, il faut remarquer que la droite NH qui eſt alors le rayon m ou $\frac{1}{2}$ donne $NK = \sqrt{(\frac{15}{64})}$, & l'eſpace NHNK égal à environ 0, 08089, c'eſt-à-dire, que ce rapport eſt à peu près celui de 314 à 247 ½, ou ce qui revient au même, que l'effet du miroir plan ſeroit d'environ $\frac{1}{5}$ moindre que celui du ſphérique.

[Voyez le revers de la Planche sixième.]

INDEX

Sur les Matieres traitées dans cet Ouvrage.

CHAPITRE PREMIER.

Quelques

CHAPITRE SECOND.

CHAPITRE TROISIEME.

SECONDE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

Les formules qui donnent les foyers des verres de différentes especes, se trouvent dans ce Chapitre I de la seconde Partie

CHAPITRE SECOND.

CHAPITRE TROISIE'ME.

CHAPITRE QUATRIEME.

TROISIEME PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

CHAPITRE SECOND.

nos

CHAPITRE TROISIE'ME.


MUSEO NAZIONALE DEL CINEMA TORINO

EXTRAIT des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 9 Février 1752.

MEſſieurs BOUGUER & LE MONNIER, qui avoient été nommés pour examiner un Ouvrage intitulé *Traité d'Optique, où l'on donne la théorie de la Lumiere dans le ſyſtème Newtonien, avec de nouvelles ſolutions des principaux Problêmes de Dioptrique & de Catoptrique*, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'Impreſſion; en foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris ce 29 Février 1752.

GRANDJEAN DE FOUCHI.

Secr. perp. de l'Ac. R. des Sciences.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre: A nos amés & feaux Conſeillers, les gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT: Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, Nous a très-humblement fait expoſer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Reglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences, qui ſont l'objet de ſes exercices, enſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja don-

néesau Public, elle feroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaifoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privileges, attendu que celles que nous lui avons accordées, en date du 6 Avril 1693. n'ayant point eu de tems limité, ont été déclarées nulles par Arrêt de notre Confeil d'Etat, du 16 Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant expirées; & défirant donner à notredite Académie en corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la compofent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leur travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons, par ces Préfentes, à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéiffance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choifir, *Toutes les Recherches ou Obfervations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Affemblées de notredite Académie Royale des Sciences; comme auffi les ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la compofent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lefdits Ouvrages, & jugé qu'ils font dignes de l'impreffion*, & ce pendant le tems & efpace de quinze années confécutives, à compter du jour de la date defdites Préfentes. Faifons défenfes à toutes perfonnes de quelque qualité & condition qu'elles foient, d'en introduire d'impreffion étrangere dans aucun lieu de notre obéiffance; comme auffi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun defdits Ouvrages ci-deffus fpécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits fous quelque prétexte que ce foit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles mêmes féparées, ou autres fans la permiffion expreffe & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, & fes ayans caufe, à peine de confifcation des exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts, à la charge que ces Préfentes feront en-

regiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion des Ouvrages ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, & que notredite Académie ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725; qu'avant de les expoſer en vente, les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion des Ouvrages, ſeront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur CHAUVELIN, & qu'il en ſera enſuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le ſieur Chauvelin; le tout à peine du nullité des Préſentes: du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir notredite Académie, ou ceux qui auront droit d'elle & ſes ayans cauſe pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour dûement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeiliers & Sécrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & néceſſaires, ſans demander aucune permiſſion & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires. CAR tel eſt notre plaiſir. Donné à Fontainebleau le douziéme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil ſept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtiéme. Par le Roi en ſon Conſeil.

Signé, SAINSON.

Regiſtré ſur le Regiſtre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 392. fol. 775 conformément aux Reglemens de 1723. qui font deffen-

ses; Art. IV. à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & afficher aucuns Livres pour les vendre en leur nom, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'Art. CVIII. du même Reglement. A Paris le 15 Novembre 1734.

G. MARTIN, *Syndic.*

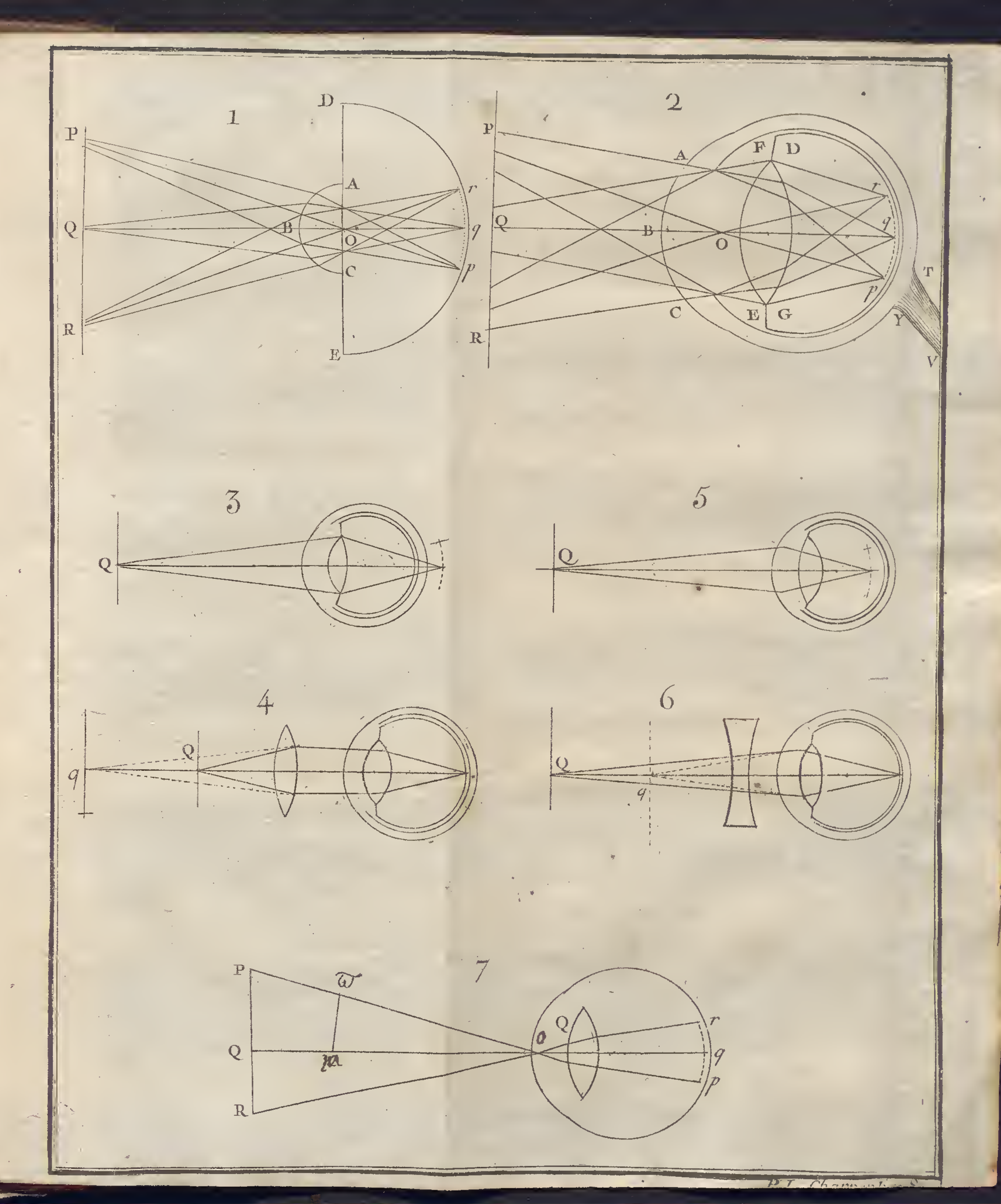
De l'Imprimerie de J. CHARDON.

Pag. 181. Nous avons expliqué, en parlant du miroir inventé par Mr. de Buffon, la théorie de la réflexion du soleil par des miroirs plans, et nous avons dit qu'à des distances considérables, l'effet du foyer d'un miroir concave, devroit n'être qu'un peu plus grand que celui de l'image du soleil réfléchie par un miroir plan de même diamètre. C'est en suivant cette théorie que Mr. le Marquis de Courtivron, entreprend de comparer exactement, et par un calcul rigoureux, l'effet d'un miroir ardent composé de miroirs plans, et celui d'un miroir qui seroit parfaitement sphérique, c'est-à-dire, de trouver la quantité de lumière que chaque miroir plan renvoie sur la même étendue qu'occuperoit le foyer du miroir sphérique placé à la même distance. Pour se former une idée de la manière dont il exécute son dessein, qu'on s'imagine un plan perpendiculaire au rayon qui part du centre du soleil, et dans lequel on ait fait une ouverture circulaire; il est évident que si de tous les points du bord du soleil on imagine des rayons qui viennent raser les bords de l'ouverture circulaire, on aura un cone lumineux qui comprendra l'espace éclairé par tout le disque du soleil: en quelque endroit de ce cone que l'oeil soit placé, il appercevra toujours par l'ouverture le disque entier. Mais pour peu qu'il en sorte, les bords de l'ouverture lui en cacheront une partie, le cercle que la première sera ou excentrique, ou inégal à celui qui borne le disque du soleil, et l'oeil ne sera éclairé que par la partie commune aux deux cercles; partie qui ira toujours d'autant moindre, qu'on s'éloignera plus du cone lumineux, et qui peut devenir absolument nulle, si l'oeil s'écarte suffisamment de l'axe du cone, car pour lors il n'appercevra plus aucune lumière. Pour peu qu'on veuille réfléchir sur ce que nous venons de dire, on verra aisément que comme il y a à chaque distance du cone lumineux dont nous avons parlé, une certaine quantité de points qui en sont également éloignés, il y a aussi

aussi un espace circulaire qui ne reçoit pas la même intensité de lumière, et que ces couronnes se mêlant les unes aux autres, formeront, si on coupe ce cone par un plan, une bande circulaire inégalement lumineuse qui environnera l'image claire, formée par la section du cone, et qui sera la pénombre causée par le disque du soleil. Si présentement on conçoit l'ouverture circulaire formée par un miroir plan de même figure et de même grandeur, les mêmes phénomènes dont nous venons de parler, se retrouveront encore; la seule différence sera que le cone lumineux et la pénombre qui l'accompagnent, ne se trouveront plus au delà du plan, mais au contraire en deçà. La pointe du cone réfléchi par le miroir, sera tournée vers le soleil, mais il n'en sera pas moins entouré de sa pénombre, et donnera sur le plan par lequel il sera coupé, les mêmes apparences que le cone direct. Il n'y aura donc rien à changer à toute la théorie que nous venons d'expliquer, et pour avoir la quantité de lumière renvoyée sur un plan, il sera toujours question de calculer ce qu'en reçoivent les couronnes lumineuses qu'il admet, et par conséquent l'étendue de la partie du soleil qui les éclaire. On voit bien que chaque couronne étant infiniment peu différente en lumière de celle qui la suit, cette détermination ne se peut faire que par le secours de la Géométrie de l'Infini. La quantité de lumière que donne un miroir concave à son foyer, est plus aisée à trouver; chaque point de sa surface y renvoie non un rayon, mais un cone dont l'angle est égal au diamètre apparent du soleil; de-là il résulte que le foyer n'est pas un point, mais un cercle qui a pour diamètre la corde du diamètre du soleil, en supposant pour rayon la distance du miroir à son foyer; il en résulte encore que ce même foyer recevant autant de disques lumineux qu'il y a de points réfléchissans dans la surface du miroir, il faut, pour avoir l'intensité de la lumière qui s'y trouve, multiplier l'image par tous les points réfléchissans du miroir, c'est-à-dire par sa surface. Un plan quelconque étant donc donné, sur lequel on fait tomber le foyer d'un miroir concave, et par conséquent

La

la distance de ce foyer au miroir étant connue, on trouvera à l'instant le degré de lumière qui y sera renvoyé; et en substituant à la place du miroir concave un miroir plan du même diamètre, on verra par le calcul dont nous avons exposé les principes combien plus petite sera la quantité de lumière qui tombera sur l'espace qu'occupoit le foyer du miroir concave; par conséquent on pourra comparer l'effet des deux miroirs, et voir combien il faudroit faire coïncider de pareilles images pour égaler la force du foyer du miroir concave. En suivant cette méthode, Mr. de Courtivron trouve que la lumière renvoyée par un miroir plan d'un pied de diamètre à 50. pieds de distance, est à celle qu'un miroir concave du même diamètre et de 50. pieds de foyer renvoyeroit à ce foyer, comme 154 est à 314, et que par conséquent à cette distance, deux glaces planes donneroient plus de lumière que le foyer d'un miroir concave; à 100 pieds de distance, les effets des deux miroirs seroient entr'eux comme 248 est à 314; à 150 pieds, ils seroient comme 269 est à 314: en un mot, à mesure que le foyer devient plus long, le miroir concave produit un effet moindre, et qu'il se rapproche de plus en plus de celui que donne une glace plane circulaire de même diamètre; par conséquent il y a un point où les effets doivent à la fin devenir égaux. Il est donc bien démontré que les miroirs concaves ne peuvent et n'ont jamais pu porter le feu à de très-grandes distances; et que les miroirs composés de miroirs plans, desquels on fait coïncider les images au même point, sont les seuls desquels on ait pu se servir pour opérer cet effet, comme l'a fait Mr. de Buffon. Le calcul géométrique se trouve en cela parfaitement d'accord avec les descriptions qu'ont donné les historiens du miroir d'Archimède, et avec l'expérience qui en a été faite de nos jours.



A la page 188.

(A) $\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[m^2+1-2z^2-2\sqrt{(m^2-z^2)}.\sqrt{(1-z^2)}\right]\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} =$

$\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} - \frac{2z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}} - 2z^2dz\sqrt{(m^2-z^2)}\right] =$

$\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} - \frac{2z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}} + \frac{2z^4dz - 2m^2z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\right].$

Pareillement $-(B) - \frac{a^2c}{m^2r}\int\left[m^2+1-2z^2-2\sqrt{(m^2-z^2)}\sqrt{(1-z^2)}\right]\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$

$= -\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} - \frac{2z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} + \frac{2z^4dz - 2z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right].$

Donc $(A)-(B) = \frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(m^2+3)z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} - \frac{(3m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\right]$

$+\frac{4a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} - \frac{z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right]$

Intégrant par parties, nous avons $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} = \int z^3.\frac{zdz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$

$= -z^3\sqrt{(m^2-z^2)} + 3\int z^2dz\sqrt{(m^2-z^2)} = -z^3\sqrt{(m^2-z^2)} + 3m^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$

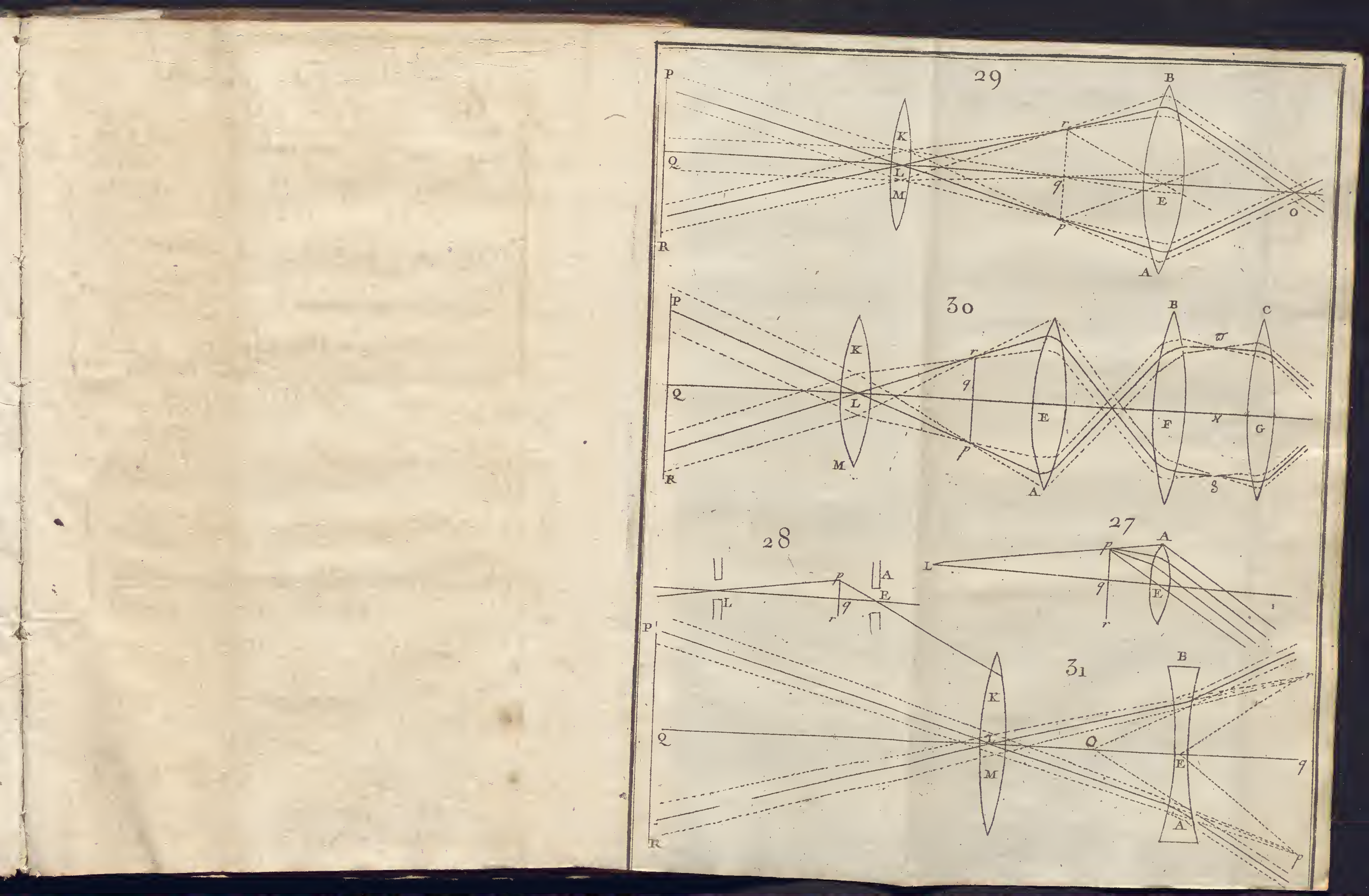
$-3\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$. Donc transposant le dernier terme, et divisant par 4, l'on aura $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} = -\frac{1}{4}z^3\sqrt{(m^2-z^2)}$

$+\frac{3}{4}m^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$. Par la même raison sera $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}}$

$= -\frac{1}{4}z^3\sqrt{(1-z^2)} + \frac{3}{4}\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}$. Donc

$\frac{4a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} - \frac{z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right] = \frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{3m^2z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} - \frac{3z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right]$

$+\frac{a^2c}{m^2r}\left[z^3\sqrt{(1-z^2)} - z^3\sqrt{(m^2-z^2)}\right]$; et par conséquent $(A)-(B) =$



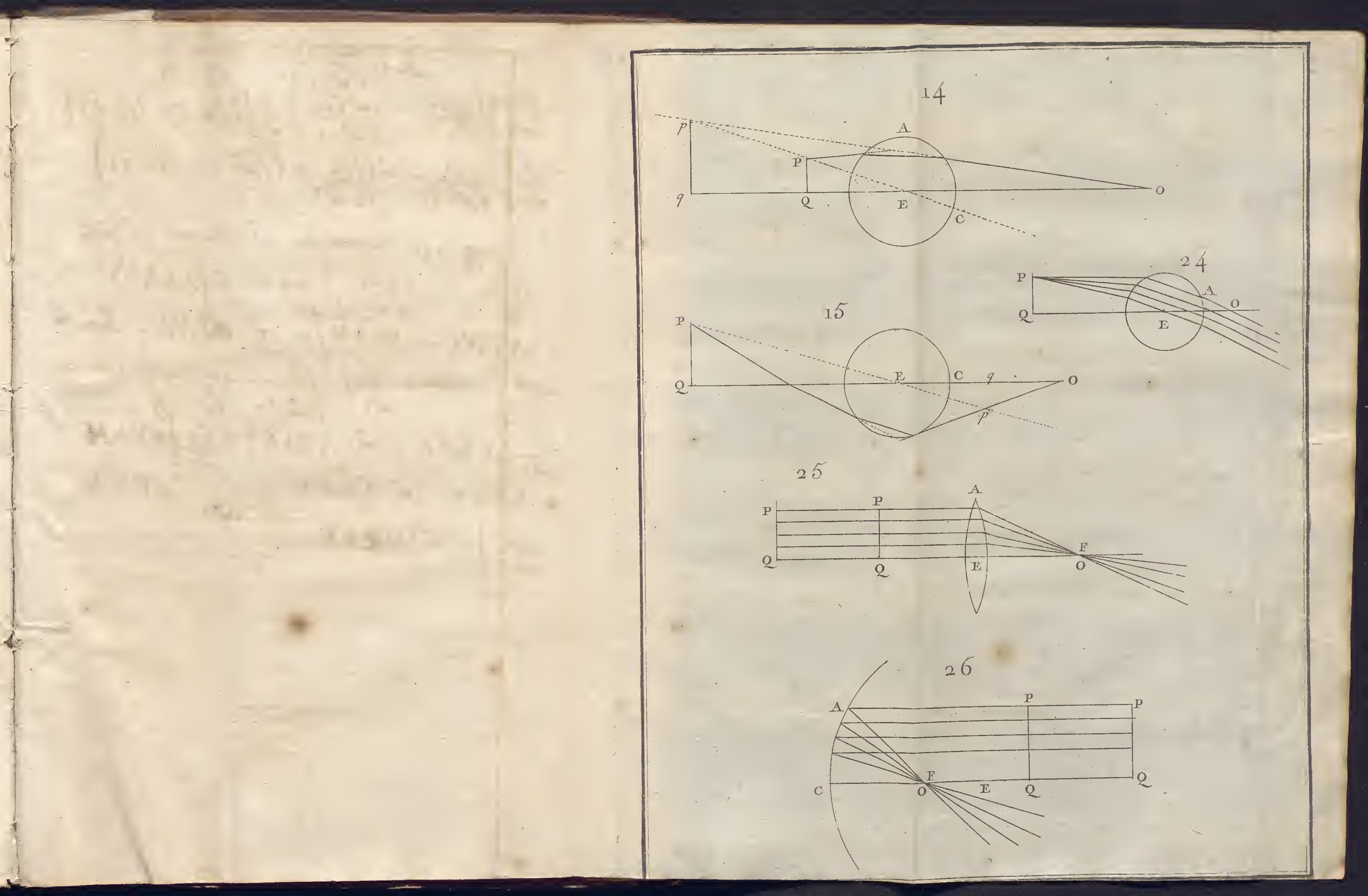
29
30
28
27
31

$$(A)-(B)=\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{m^2z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}-\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\right]$$
$$+\frac{a^2c}{m^2r}\left[z^3\sqrt{(1-z^2)}-z^3\sqrt{(m^2-z^2)}\right].$$

A la page 190. l'intégrale de $\frac{2cxdx}{r}\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}$ $-\frac{2cxdx}{r}\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$ est $\frac{cx^2}{2r}\left[2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}-2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\right]$ $+\frac{c}{r}\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}+\frac{c}{r}\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$, et mettant sous le signe d'integration la valeur de $x^2=\frac{a^2}{m^2}\left[m^2+1-2z^2-2\sqrt{(m^2-1)}\sqrt{(1-z^2)}\right]$, l'on aura $\frac{c}{r}\int\left[\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}-\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right]$

$$=\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[m^2+1-2z^2-2\sqrt{(m^2-z^2)}\sqrt{(1-z^2)}\right]\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$$
$$-\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[m^2+1-2z^2-2\sqrt{(m^2-z^2)}\sqrt{(1-z^2)}\right]\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}=$$
$$\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}-\frac{2z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}+\frac{2z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}}-\frac{2z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right]$$
$$-\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}-\frac{2z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}}+\frac{2z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}-\frac{2m^2z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\right]$$
$$=\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(3m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}-\frac{(m^2+3)z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right]$$
$$+\frac{4a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}}-\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\right]=(G).$$

Mais $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(1-z^2)}}-\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}=-\frac{1}{4}z^3\sqrt{(1-z^2)}+\frac{3}{4}\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}$ $+\frac{1}{4}z^3\sqrt{(m^2-z^2)}-\frac{3}{4}m^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$. Donc (G) =

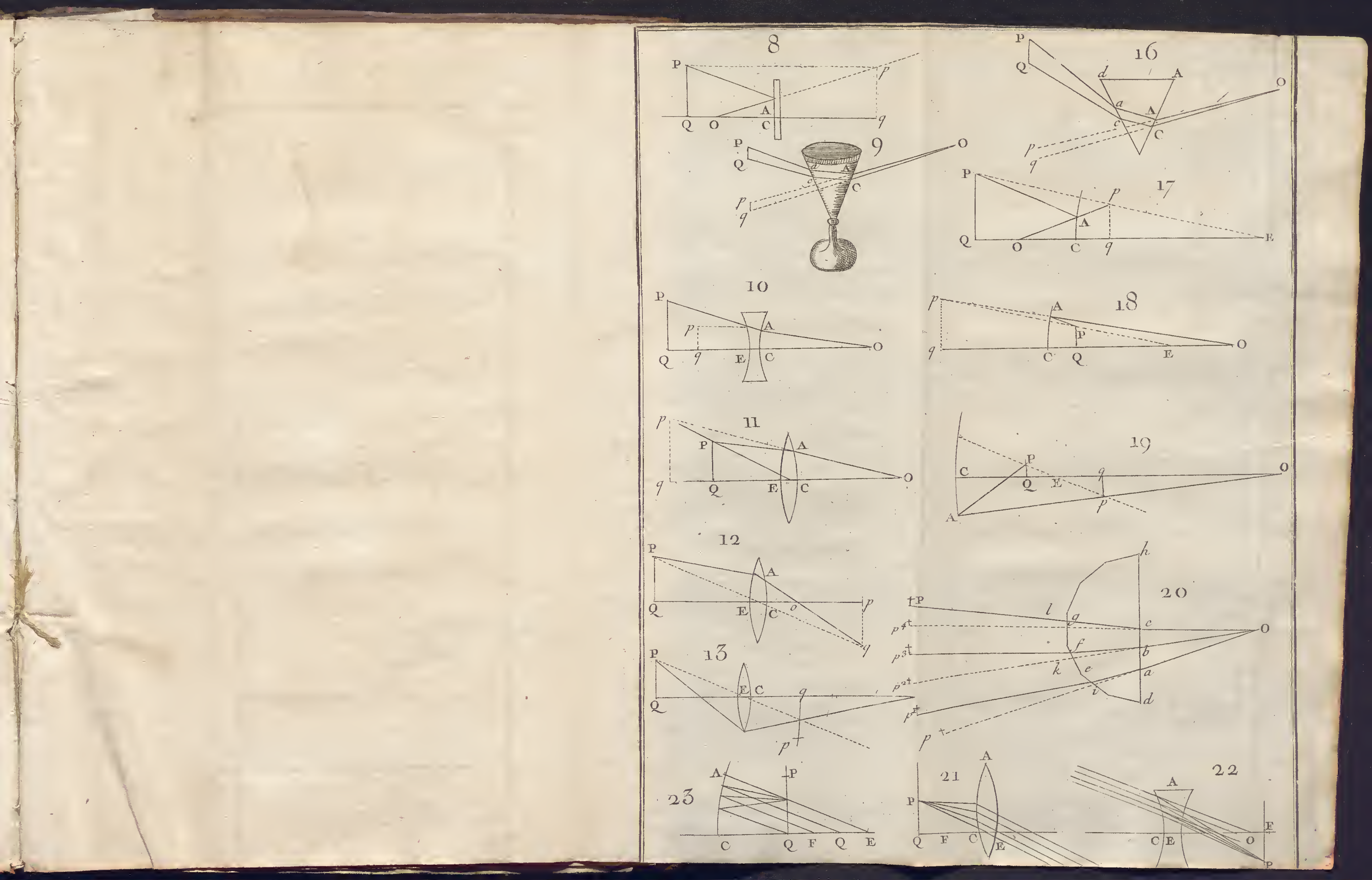

14
p
A
P
O
q
Q
E
C
24
P
A
O
Q
E
15
P
E
C
q
O
Q
p
25
A
P
P
F
Q
Q
E
O
26
P
P
A
F
C
O
E
Q
Q

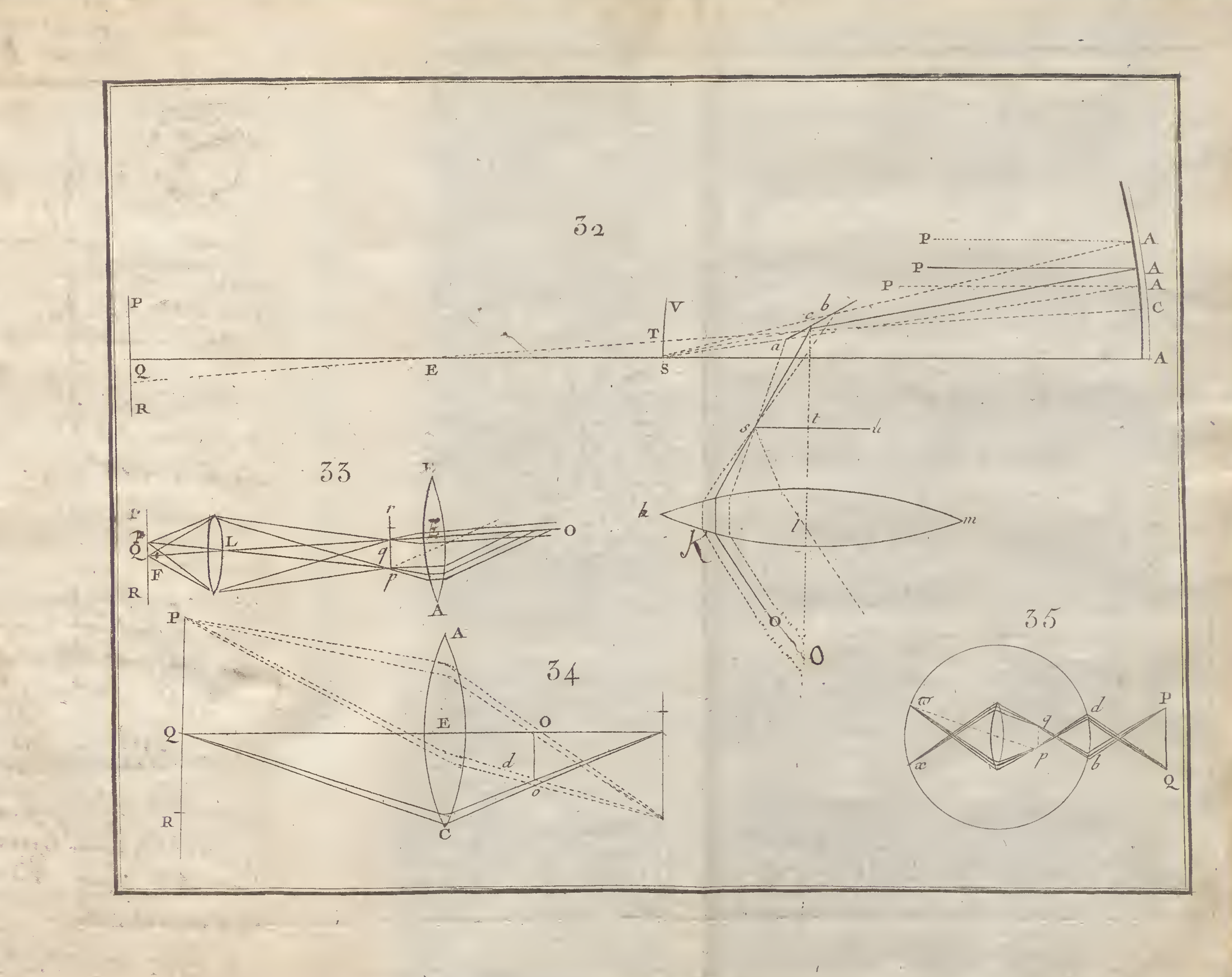
Donc $(\zeta) = \frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{(3m^2+1)z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} - \frac{(m^2+3)z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right]$

$+\frac{a^2c}{m^2r}\int\left[\frac{3z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} - \frac{3m^2z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\right] + \frac{a^2c}{m^2r}\left[z^3\sqrt{(m^2-z^2)} - z^3\sqrt{(1-z^2)}\right]$

$= \frac{a^2c}{m^2r}\left[\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} - m^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} + z^3\sqrt{(m^2-z^2)} - z^3\sqrt{(1-z^2)}\right].$

A la page 190 marque I. Les termes $\frac{cx^2}{2r}\Big[m^2D$
$+ 2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}} - 2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}\Big]$ sont $= \frac{cx^2}{2r}\Big[XNVN$
$+ NHNK - NKNV\Big] = \frac{cx^2}{2r}\cdot NXNH$. Pareille-
ment l'expression $\frac{a^2c}{m^2r}\left[\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}} - \int\frac{m^2z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)}}\right]$ est $=$
$\frac{a^2c}{2m^2r}\Big[NVNK - m^2\cdot NHNK\Big] = \frac{a^2c}{2m^2r}\Big[NVNH$
$+ NHNK - m^2\cdot NHNK\Big] = \frac{a^2c}{2m^2r}\cdot NVNH$
$+ \frac{a^2c}{2m^2r}\left[1-m^2\right]NHNK$


8
9
10
11
12
13
16
17
18
19
20
21
22
23

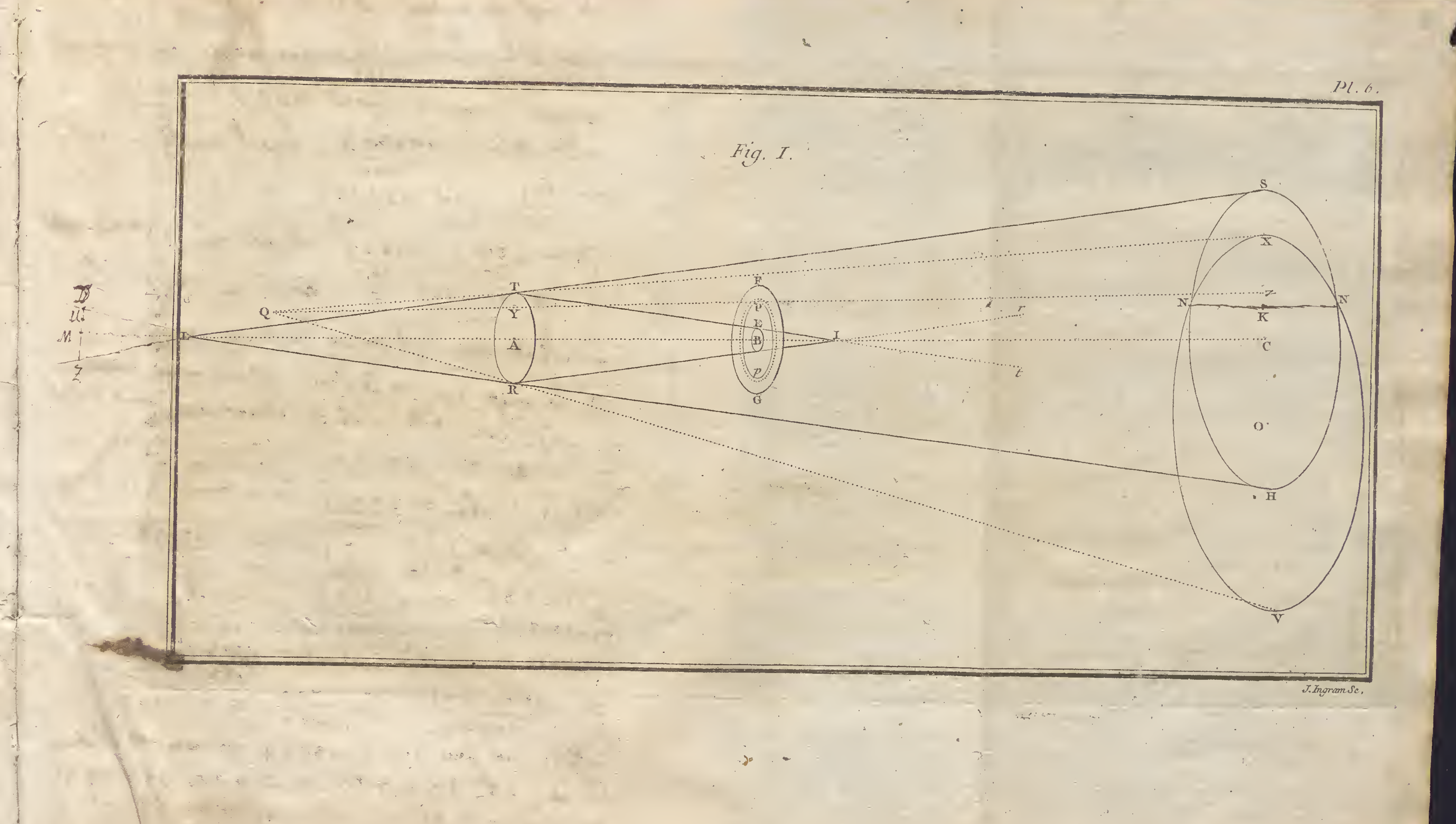

32
33
34
35

À la page 188. pour l'exemple numérique second.

Dans cet exemple le rayon du cercle, dont le centre est H, est $HN = \frac{1}{2} CH = \frac{1}{2}$; et par conséquent $HK = \frac{NH^2}{SH} = \frac{1}{8}$, et $NK = \sqrt{(NH^2 - HK^2)} = \sqrt{(\frac{1}{4} - \frac{1}{64})} = \sqrt{\frac{15}{64}}$, $NK^3 = \frac{15}{64}\sqrt{\frac{15}{64}}$; $8NK^3 = \frac{15}{8}\sqrt{\frac{15}{64}} = \frac{15}{64}\sqrt{15} = \frac{15}{64} \cdot \frac{387}{100} = \frac{91}{100}$.

De plus $l.NK = \frac{1}{2}(l.15 - l.64) = \frac{1}{2}\left(\begin{matrix}1,1760913 \\ -1,8061800\end{matrix}\right) = \frac{1}{2} \cdot 19,3699113 = 9,6849556$, lequel logarithme du sinus NK de l'arc HN répond à l'arc de $28°.57'$. Donc $NS = 180° - 28°.57' = 151°.3'$, et $NSN = 302°,6' = \frac{527}{100}$; et le secteur $CNSN = \frac{1}{2} \cdot \frac{527}{100} = \frac{263\frac{1}{2}}{100}$. J'ajoute à ce secteur le triangle $NCN = NK.CK = \sqrt{\frac{15}{64}} \cdot \sqrt{(1 - \frac{15}{64})} = \sqrt{\frac{15}{64}}\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}\sqrt{\frac{15}{64}} = \frac{7}{64} \cdot \frac{387}{100} = \frac{42}{100}$, et j'obtiens $NKNS = \frac{305\frac{1}{2}}{100}$ et $3NKNS = \frac{916\frac{1}{2}}{100}$, qui ajouté à $8NK^3 = \frac{91}{100}$ fait $\frac{1007\frac{1}{2}}{100}$, et ce dernier nombre soustrait de $4D = \frac{4.314}{100} = \frac{1256}{100}$ laisse le reste $\frac{248\frac{1}{2}}{100}$ qui s'accorde avec le résultat de l'Auteur $\frac{248}{100}$ à une moitié d'unité près.

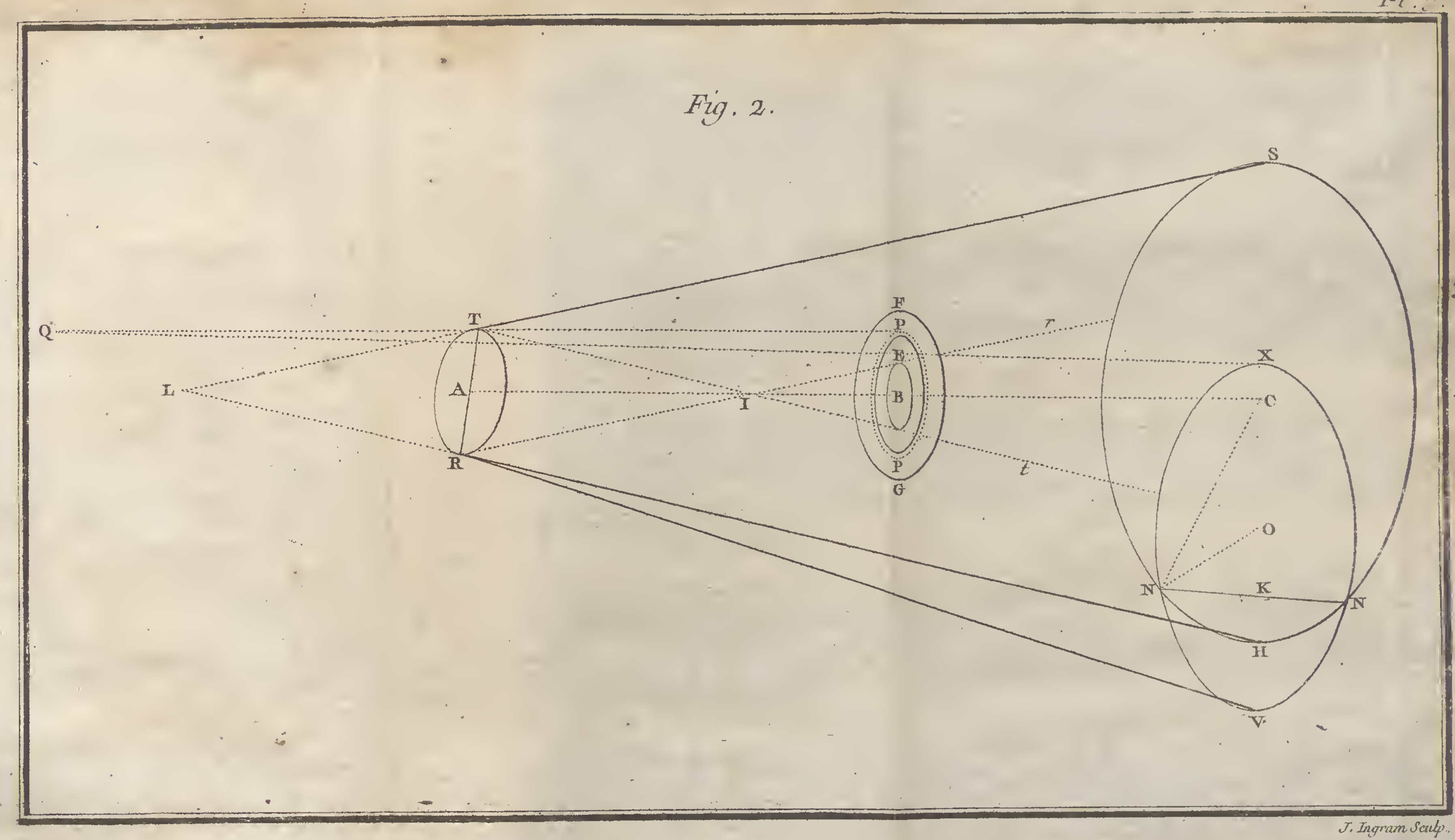
Dans le troisième exemple pag. 189, on a $HN = \frac{1}{3}$, et par conséquent $HK = \frac{HN^2}{SH} = \frac{1}{18}$, et $NK = \sqrt{(\frac{1}{9} - \frac{1}{18^2})} = \frac{1}{18}\sqrt{35}$, $NK^3 = \frac{1}{18^3} \cdot 35\sqrt{35}$, $18NK^3 = \frac{35}{18^2}\sqrt{35} = \frac{35}{324} \cdot \frac{5916}{1000} = \frac{639}{1000}$. Nous avons aussi $l.NK = \frac{1}{2}(l.35 - l.324) = \frac{1}{2}\left(\begin{matrix}1,5440680 \\ -2,5105450\end{matrix}\right) = \frac{1}{2} \cdot 9,0335230 = 9,5167615$, lequel logarithme répond à l'arc de $19°.11'$ = arc NH. Donc $NS = 180° - 19°.11' = 160°.49'$, et $NSN = 321°.38' = \frac{5613}{1000}$. Le secteur NCNS est $= \frac{1}{2} \cdot \frac{5613}{1000} = \frac{2806\frac{1}{2}}{1000}$, et le triangle NCN est égal

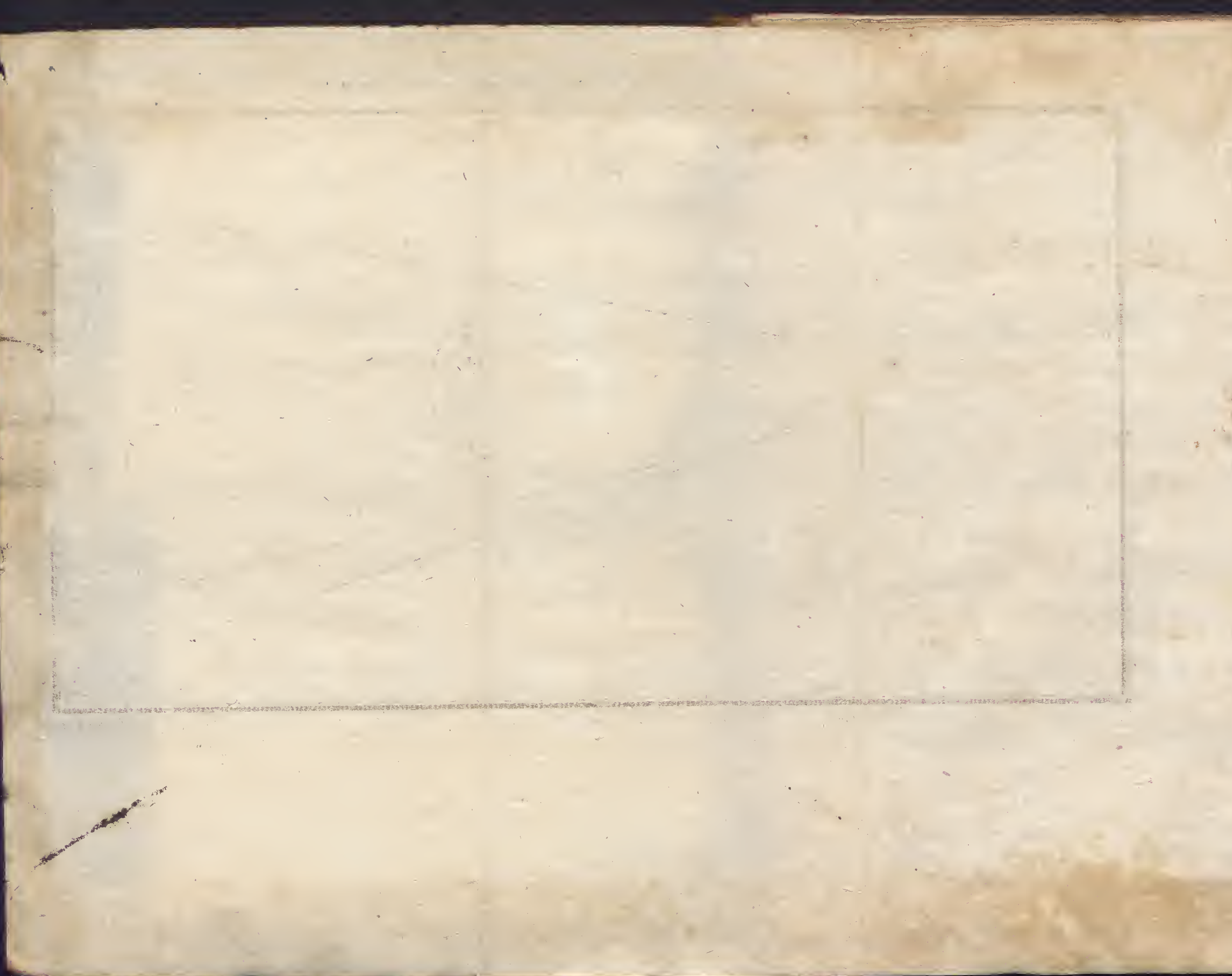

Pl. 6.
Fig. I.
S
X
N
K
C
O
H
V
T
Q
Y
A
L
R
F
E
B
p
G
I
r
t
J. Ingram Sc.

est égal au rectangle $NK \cdot KC = \frac{5916}{18 \cdot 1000}\left(1 - \frac{1}{18}\right) =$
$\frac{17 \cdot 5916}{324 \cdot 1000} = \frac{310\frac{1}{3}}{1000}$, qui ajouté au secteur
$NCNS$ donne le segment $NKNS = \frac{3116\frac{5}{6}}{1000}$, et
$8 \cdot NKNS = \frac{24934\frac{3}{4}}{1000}$, lequel ajouté à $18NK^3$,
ou $\frac{639}{1000}$ fait $\frac{25573\frac{3}{4}}{1000} = \frac{2557}{100}$. Or
$9D = 9 \cdot \frac{314}{100} = \frac{2826}{100}$. Donc $9D - 8NKNS - 18NK^3$
$= \frac{2826 - 2557}{100} = \frac{269}{100}$, qui excède le
résultat de l'Auteur de deux unités.

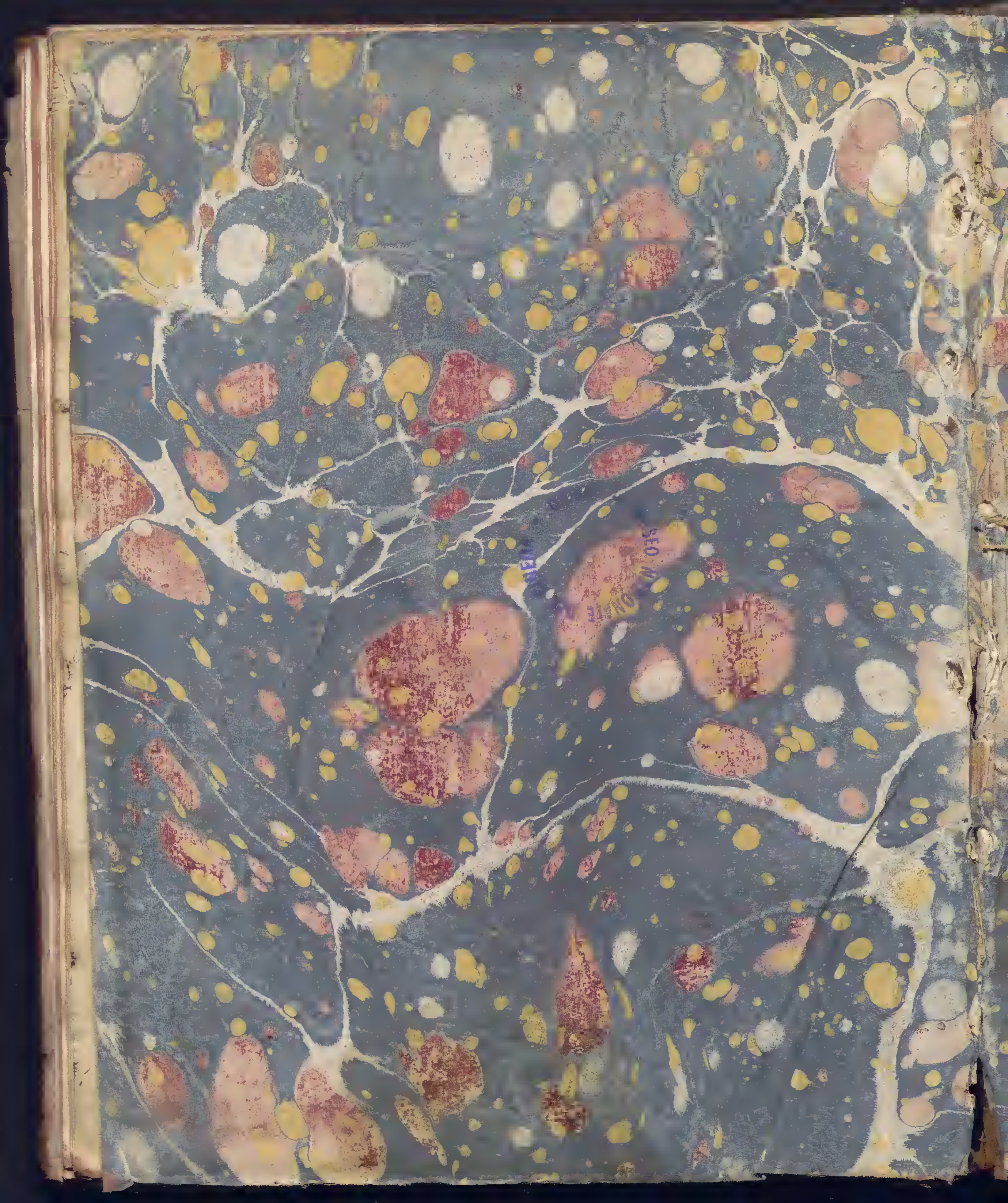
À la page 191 sur la fin. Nous avons trouvé
ci-dessus l'arc $NH = 28°.57'$, et par conséquent NHN
$= 57.54' = 0{,}9948 + 0{,}0157 = \frac{10005}{10000}$, et le
secteur $NCNH = \frac{5002\frac{1}{2}}{10000}$. Or le triangle NCN est
$= CK \cdot NK = \frac{7}{8}\sqrt{\frac{15}{64}} = \frac{7}{64}\sqrt{15} = \frac{7}{64} \cdot \frac{387298}{100000} =$
$\frac{2711086}{64 \cdot 1000000} = \frac{42360\frac{2}{3}}{1000000} = \frac{4236}{10000}$. Donc
$NHNK = NCNH - NCN =$ ~~4278~~ [illegible] $/10000$
$= \frac{5002 - 4236}{10000} = \frac{766}{10000} = 0{,}0766$, qui
diffère un peu de $0{,}08049$ trouvé par l'Auteur.
Or $D + 3NHNK - 8NK^3 = 3{,}14 + 0{,}2298 - 0{,}92$
$= 3{,}3698 - 0{,}92 = 2{,}4598$, un peu différent
du résultat de l'Auteur $2{,}47\frac{1}{2}$.

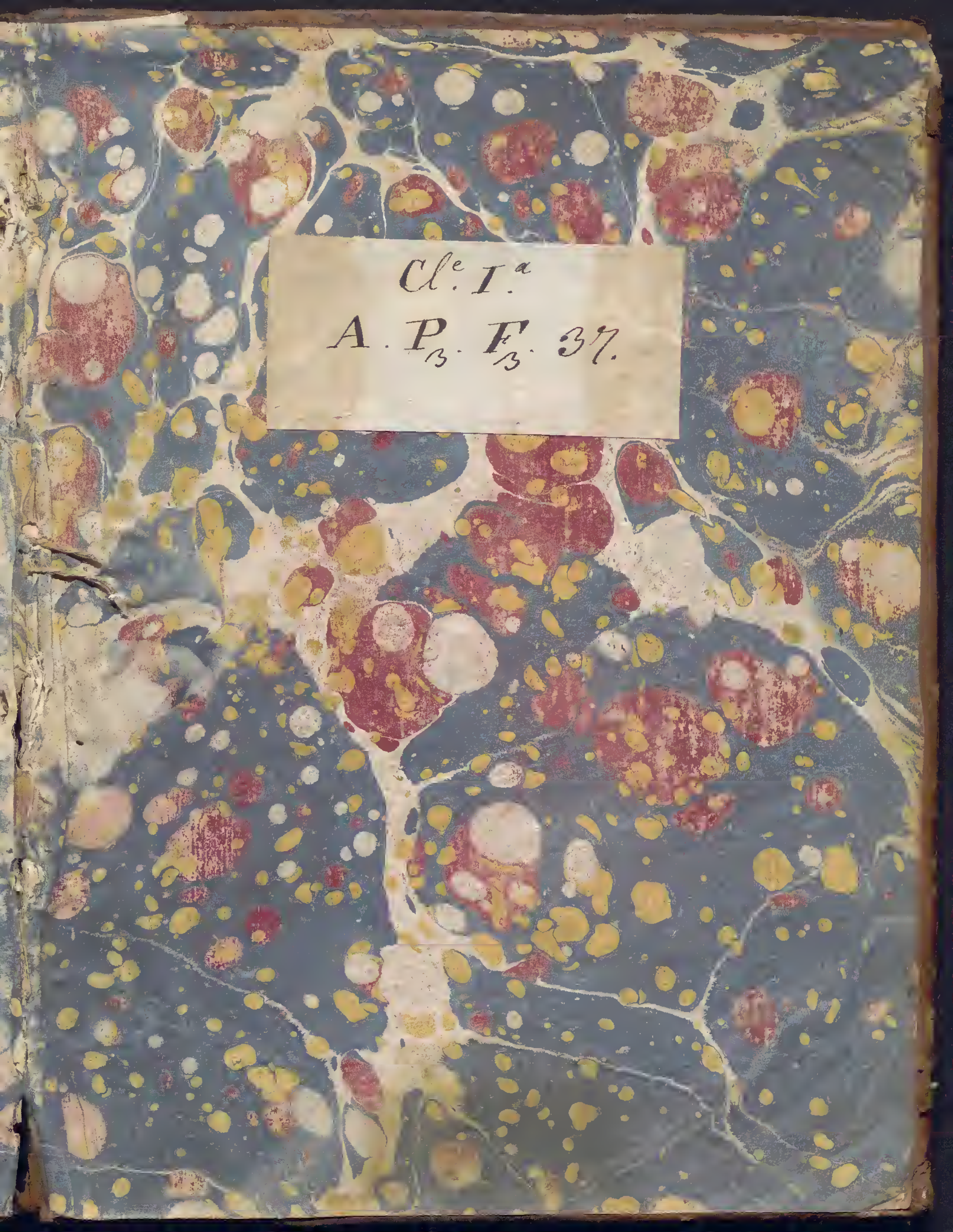
Pl. 7.










Cle. Ia.
A. P3. F3. 37.



TRAITÉ D'OPTIQUE,

Où l'on donne la Théorie de la Lumiere dans le syſtème Newtonien, avec de nouvelles ſolutions des principaux Problêmes de Dioptrique & de Catoptrique. Par Mr le Marquis de Courtivron

> Largus item liquidi fons luminis ætherius ſol
> Irrigat aſſidue Cœlum candore recenti.
> Suppeditat que novo confeſtim Lumine lumen.
> Lucrece. *Liv.* V. ℣ 282.



A PARIS;

Chez { DURAND, Rue S. Jacques, à S. Landry & au Griffon.
PISSOT, Quai des Auguſtins, à la Sageſſe.

